

**CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO**

---

**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR**

**CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES  
A NUEVO INGRESO**



**CURSO DE FISICA**

**TEMA 11: Trabajo y Energía.**

# CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

---

## Contenido

|   |    |
|---|----|
| OBJETIVOS .....   | 3  |
| Objetivos Generales.....  | 3  |
| Objetivos Específicos.....  | 3  |
| 7.1 CONCEPTO DE TRABAJO. TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE.....           | 4  |
| 7.2 TRABAJO DESARROLLADO POR UN SISTEMA DE FUERZAS CONSTANTES.....      | 6  |
| Ejemplo 1:.....   | 6  |
| Ejemplo 2.....  | 8  |
| 7.3 TRABAJO DESARROLLADO POR UNA FUERZA VARIABLE EN UNA DIMENSION ..... | 10 |
| Ejemplo 3:.....   | 12 |
| Ejemplo 4:.....   | 13 |

# CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

---

## OBJETIVOS

### Objetivos Generales

1. Exprese los conceptos siguientes: trabajo, energía, potencia, energía potencial, conservación de la energía.
2. Aplique el principio de conservación de la energía mecánica en la resolución de problemas.

### Objetivos Específicos

Que el estudiante:

1. Explique que es físicamente el trabajo.
2. Escriba la definición operacional de trabajo desarrollado por una fuerza constante que aplicada a un cuerpo produce un desplazamiento rectilíneo.
3. Calcule el trabajo desarrollado por una fuerza constante y exprese las unidades en el SI.
4. Explique cuando el trabajo desarrollado por una fuerza constante es positivo, cero, negativo, conocido su desplazamiento.
5. Calcule el trabajo desarrollado por una fuerza variable a partir de la relación funcional entre la fuerza y la posición del cuerpo sobre el que actúa.
6. Explique el concepto de energía y mencione al menos cinco tipos de energía.
7. A partir del gráfico fuerza-posición calcule el trabajo realizado por una fuerza variable.
8. Relacione el trabajo y la energía cinética escribiéndola en forma de ecuación.
9. Resuelva problemas que involucren el teorema del trabajo y la energía cinética.
10. Explique que es la potencia e indique sus unidades.
11. Defina potencia media y potencia instantánea.
12. Resuelva problemas sobre potencia.
13. Explique la energía potencial, energía potencial gravitacional y energía potencial elástica.
14. Relacione el trabajo hecho por la fuerza gravitacional con la energía potencial gravitacional y el trabajo elástico y la energía potencial elástica.
15. Usando un gráfico fuerza-posición, calcule la energía almacenada por un resorte al pasar el extremo de este, desde una posición a otra.
16. Calcule la variación de energía potencial y cinética para dos posiciones dadas de un sistema, y encuentre la suma de ellas en diferentes posiciones.
17. Aplique la conservación de la energía mecánica a la resolución de problemas.

## CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

### 7.1 CONCEPTO DE TRABAJO. TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE.

El trabajo es una forma que tiene un cuerpo o sistema de transferir energía sobre otros cuerpos o sistemas. El termino trabajo tiene una definición operacional, que permite cuantificarlo y obtener resultados. Para que se realice un trabajo se requiere que la fuerza aplicada sobre un cuerpo actúe a través o a lo largo del desplazamiento que esta fuerza causa. En su forma más simple se define el trabajo  $W$  de la siguiente manera.

$$W = F \Delta x$$

La fig. 7.1 muestra un cuerpo al que se le aplica la fuerza  $F$  y esta causa el desplazamiento  $\Delta x$ .

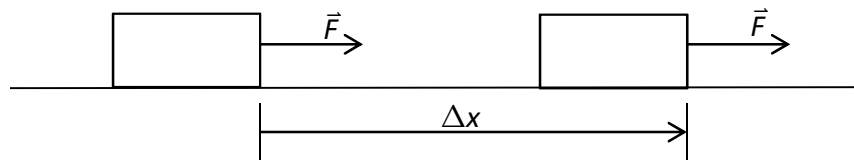


fig 7.1

La fuerza  $F$  que realiza trabajo tiene la misma dirección del desplazamiento. El trabajo desarrollado es una cantidad escalar, como resultado de multiplicar la magnitud de la fuerza aplicada y la magnitud del desplazamiento producido.

Con frecuencia la fuerza que realiza trabajo forma un ángulo  $\theta$  con el desplazamiento, tal como se muestra en la figura 7.2

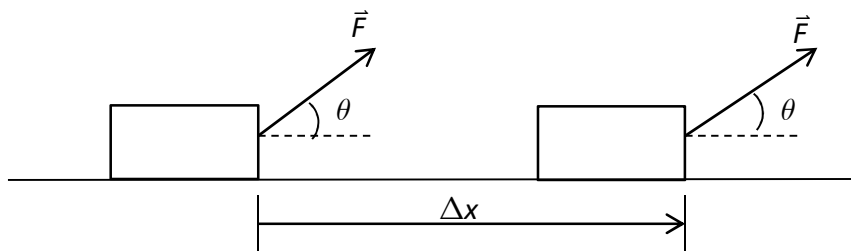


fig 7.2

En este caso la componente que contribuye al trabajo es  $F_x = F \cos \theta$ , el trabajo se calcula en este caso así.

$$W = (F \cos \theta) \Delta x$$

## CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

Como el resultado es una cantidad escalar es posible escribir.

$$W = F \Delta X \cos \theta$$

Para el caso de la figura 7.1  $\vec{F}$  y  $\Delta\vec{x}$  forman un ángulo de  $0^\circ$  y  $\cos(0^\circ) = 1$  por lo que podemos escribir .

$$W = F\Delta X \cos 0^\circ$$

$$W = F\Delta X$$

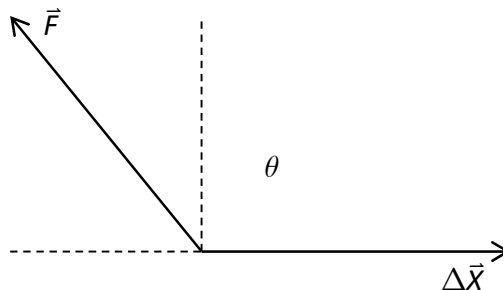
En las figuras 7.1 y 7.2 actúan otras fuerzas constantes importantes como la normal (  $n$  ) y la fuerza gravitacional (  $F_g = mg$  ) . Estas fuerzas actúan sobre el cuerpo y son perpendiculares al desplazamiento, no contribuyen en la realización del trabajo.

$$W = (n) (\Delta X) \cos (90^\circ) = 0$$

Para el caso de  $F_g$  escribimos:

$$W = (F_g) (\Delta X) \cos (90^\circ) = 0$$

Si sobre el cuerpo una de las fuerzas que actúa forma un ángulo con el desplazamiento mayor de  $90^\circ$  y menor o igual a  $180^\circ$  ( $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ ) el trabajo desarrollado es negativo porque el  $\cos(\theta)$  es negativo.



Supongamos que el ángulo entre  $F$  y  $\Delta X$  es de  $120^\circ$  entonces el trabajo será:

$$W = F\Delta X \cos 120^\circ; \quad \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$W = F\Delta X \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} F\Delta X$$

En cuanto a las unidades si la fuerza se expresa en newton y el desplazamiento en metros el trabajo se expresa en N.m que se denomina joule y se simboliza por J.

### 7.2 TRABAJO DESARROLLADO POR UN SISTEMA DE FUERZAS CONSTANTES.

Si sobre un cuerpo actúan simultáneamente varias fuerzas constantes mientras el cuerpo se desplaza, cada una de las fuerzas realiza trabajo, de manera que el trabajo total ( $W_t$ ) es:

$$\begin{aligned}W_t &= W_1 + W_2 + \dots + W_n \\W_t &= \vec{F}_1 \cdot \Delta X + \vec{F}_2 \cdot \Delta X + \dots + \vec{F}_n \cdot \Delta X \\W_t &= (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n) \cdot \Delta X \\W_t &= (\sum \vec{F}) \cdot \Delta X\end{aligned}$$

De lo anterior se puede decir que la suma algebraica de los trabajos es igual al trabajo total. Este también es igual al trabajo desarrollado por la fuerza resultante. El trabajo en general es el producto escalar de los vectores fuerza y desplazamiento.

$$W_t = (\sum F) \Delta X \cos \theta$$

$\theta$  : Angulo que forma la fuerza resultante y el desplazamiento.

#### Ejemplo 1:

Un bloque de 50 kg es jalado por medio de un cable a velocidad constante. La cuerda forma un Angulo de  $40^\circ$  con la horizontal tal como se muestra en la fig 7.3. Si la fuerza que se ejerce con la cuerda es de 100 N, determinar para un desplazamiento de 5m.

a) El trabajo realizado por la fuerza  $\vec{F}$  que ejerce la cuerda, el trabajo desarrollado por la fuerzas de rozamiento cinético ( $\vec{f}_k$ ), es peso del cuerpo ( $\vec{F}g = m\vec{g} = \vec{W}$ ) y la fuerza normal  $\vec{n}$ .

b) El trabajo total

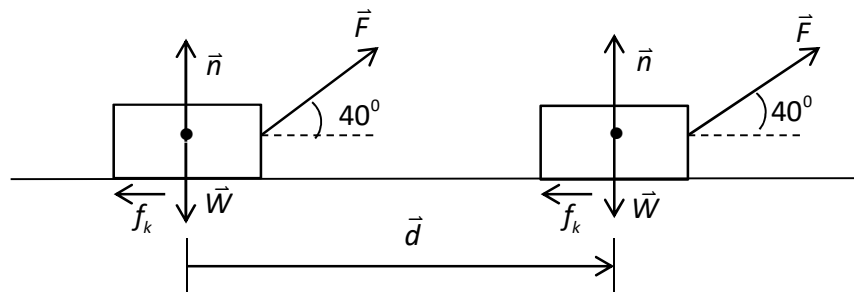


fig 7.3

## CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

Solución:

a)

$$W_F = Fd \cos \theta = (100N)(5m) \cos 40^\circ$$

$$W_F = 383J$$

$W_{fk}$  ?

Para calcular  $f_k$  se aplica la segunda ley de Newton

$$\sum F_x = ma_x = 0 \quad (a_x = 0, v = cte)$$

$$F \cos 40^\circ - f_k = 0$$

$$f_k = F \cos 40^\circ$$

$$f_k = 100N \cos 40^\circ$$

$$f_k = 100N(0.766)$$

$$f_k = 76.6N$$

$$W_{fk} = (f_k)d(\cos \theta)$$

$$W_{fk} = (76.6)(5) \cos 180^\circ$$

$$W_{fk} = -383J$$

$$W_{Fg} = (mg)(d) \cos 90^\circ$$

$$W_{Fg} = 0$$

$$W_n = (n)(d) \cos \theta$$

$$W_n = (n)(d) \cos 90^\circ = 0$$

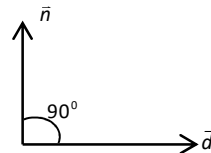
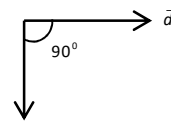
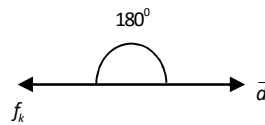
b)

$W_t$  ?

$$W_t = W_F + W_{fk} + W_{Fg} + W_n$$

$$W_t = 383N - 383N + 0N + 0N$$

$$W_t = 0$$



## CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

### Ejemplo 2

Un bloque de 30 kg sube por un plano inclinado  $38^\circ$ , bajo la acción de una fuerza  $\vec{F}$  de 300N y paralela al plano inclinado tal como se muestra en la fig 7.4. El coeficiente de fricción cinética  $\mu_k = 0.15$  y el plano tiene una longitud de 3m. Determinar:

- El trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque.
- El trabajo total sobre el bloque.

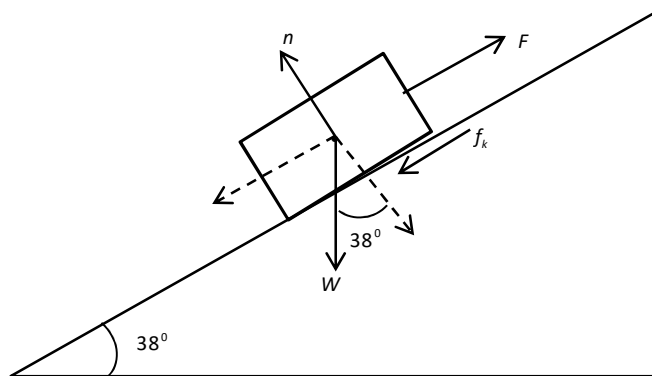


fig 7.4

Solución:

a) Cuatro fuerzas actúan sobre el bloque:  $\vec{F}$ ,  $\vec{f}_k$ ,  $\vec{n}$ ,  $\vec{W}$

El trabajo de las últimas dos fuerzas es igual a:



## CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

---

$$W_n(n)d(\cos\theta) = nd\cos 90^\circ = 0$$

$$W_{Fg} = (mg)d(\cos\theta)$$

$$W_{Fg} = 30(9.8)(3)\cos(90^\circ + 30^\circ)$$

$$W_{Fg} = -441N$$

$$W_F = Fd\cos\theta = (300N)(3m)\cos 0^\circ$$

$$W_F = 900N$$

$$W_{fk} = (f_k)d(\cos\theta)$$

$$W_{fk} = (\mu_k n)(d)\cos\theta$$

$$W_{fk} = (\mu_k mg \cos 30^\circ)(d)\cos 180^\circ$$

$$W_{fk} = [0.15(30)(9.8)\cos 30^\circ](3)(-1)$$

$$W_{fk} = -114.6J$$

b)

$$W_t ?$$

$$W_t = W_n + W_{Fg} + W_F + W_{fk}$$

$$W_t = 0 + (-441) + 900 + (-114.6)$$

$$W_t = 344.4J$$

### 7.3 TRABAJO DESARROLLADO POR UNA FUERZA VARIABLE EN UNA DIMENSION

Existen casos en los cuales la fuerza que realiza trabajo no permanece constante, alguna o todas las características de la fuerza pueden cambiar durante el desplazamiento.

Supongamos que un cuerpo se desplaza a lo largo del eje X bajo la acción de una fuerza variable (en magnitud y/o dirección) tal como se muestra en la fig 7.5

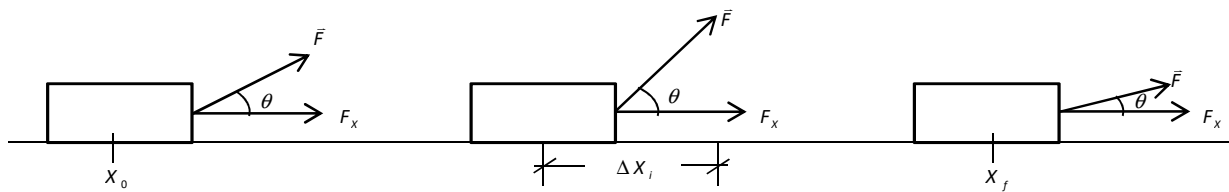


fig 7.5

La componente  $F_x$  cambia su valor en relación a la posición del cuerpo. Si se consideran pequeños desplazamientos  $\Delta X_i$  como el mostrado en la fig 7.5, se puede asumir que en estos intervalos  $F_{xi}$  es constante y el trabajo desarrollado por la fuerza en uno de esos desplazamientos es

$$\Delta W_i = F_{xi} \Delta X_i.$$

El grafico de  $F_x$  vrs X se muestra en la fig 7.6 dicho trabajo

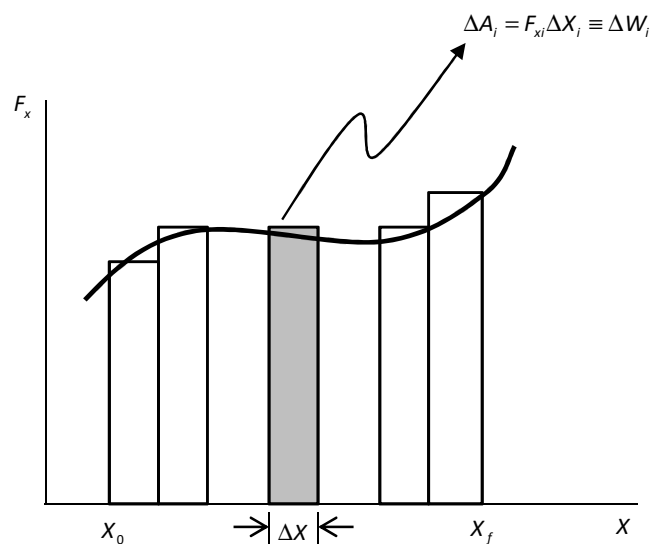


fig 7.6

## CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

$\Delta W_i$  es igual al área bajo la curva del rectángulo sombreado.

El trabajo realizado desde  $X_0$  hasta  $X_f$  es aproximadamente

$$W \cong \sum_{i=1}^{i=n} F_{xi} \Delta X_i \cong \sum_{i=1}^{i=n} \Delta A_i$$

donde  $n$  es el número de desplazamientos considerados entre  $X_0$  y  $X_f$ . Tanto más pequeños sean los desplazamientos  $\Delta X_i$ , el trabajo total calculado por la sumatoria, más se aproxima al área exacta bajo la curva comprendida desde  $X_0$  a  $X_f$ . Si estos  $\Delta X_i$  tiende a cero es decir son muy pequeños matemáticamente expresamos:

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_0}^x F_x \Delta X$$

Entonces  $W$  es exactamente el área bajo la curva.

Un ejemplo importante de trabajo realizado por una fuerza variable se tiene al estirar un resorte helicoidal. En la fig 7.7a se muestra un resorte sin estirar y cuando ha sido estirado una longitud  $X$ . El valor de la fuerza para estirar el resorte es proporcional a su alargamiento  $F \propto X$  o  $F = KX$ , donde  $k$  se denomina constante del resorte.

Por la tercera ley de newton el resorte ejerce un fuerza en dirección contraria que denominamos  $F_s = -kx$ , el signo menos indica que esta fuerza  $F_s$  es contraria con  $X$ .  $F_s$  y  $F$  tienen igual magnitud. A  $F_s = -kx$  se le conoce como ley de Hooke.

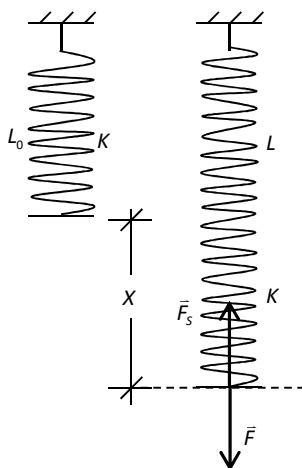


fig 7.7a  
Se muestran las  
fuerzas  $F_s = -kx$   
y  $F = kx$

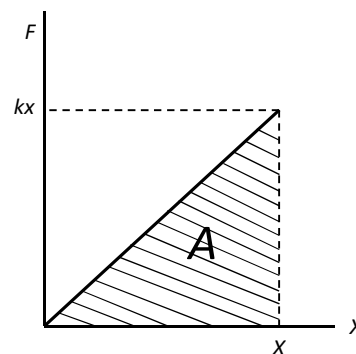


Fig 7.7b  
Muestra el grafico  $F$  vrs  $X$  en el  
primer cuadrante

## CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

---

El trabajo realizado para estirar el resorte una cantidad  $x$  es igual al área bajo la línea recta que parte del origen.

$$A = \frac{1}{2}(\text{base})(\text{altura})$$

$$A = \frac{1}{2}(x)(kx)$$

$$A = \frac{1}{2}kx^2$$

$$W = \frac{1}{2}kx^2$$

### Ejemplo 3:

Un resorte se estira 3.0 cm cuando se somete a una fuerza de 20.0 N. Que trabajo se realiza al estirar el resorte 7.0 cm?

Solución:

El trabajo para estirar el resorte por medio de la fuerza  $F$  es  $W = \frac{1}{2}kx^2$ . Se requiere calcular la constante del resorte por medio de la ley de Hooke, dado que  $F = F_s$  entonces:

$$F = kx$$

$$k = \frac{F}{x} = \frac{20.0\text{N}}{0.03\text{m}}$$

$$k = 666.7\text{N/m} \cong 667\text{N/m}$$

Este dato indica que para estirar el resorte un metro, se requiera una fuerza de 666.7N. Los resortes pueden tener valores de  $k$  grande o pequeños dependiendo de las propiedades elásticas del material. Esta constante  $k$  es válida siempre que no se sobrepase el límite de elasticidad del material.

Luego:

$$W = \frac{1}{2}kx^2$$

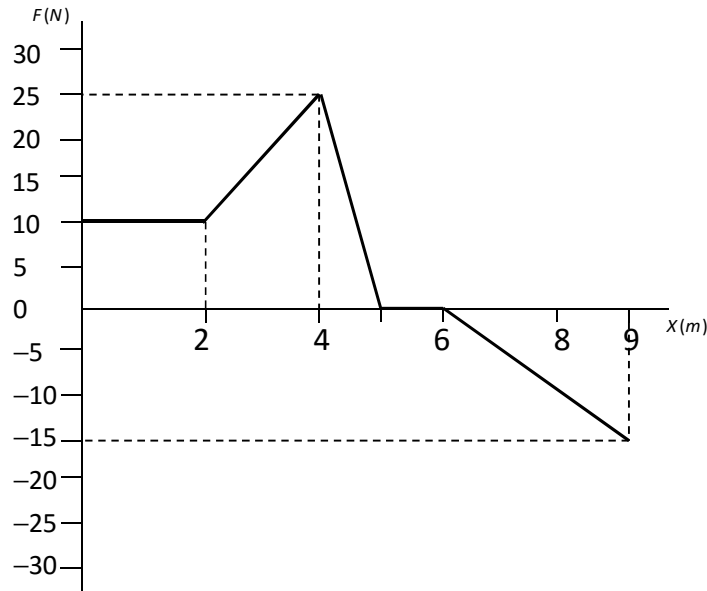
$$W = \frac{1}{2}(667\text{N/m})(0.07\text{m})^2$$

$$W = 1.63\text{J}$$

## CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

### Ejemplo 4:

Una fuerza actúa en la misma dirección en que se mueve el cuerpo. La magnitud de dicha fuerza cambia con la posición del cuerpo de acuerdo con el siguiente gráfico F vs X.



Calcular el trabajo realizado por la fuerza en los desplazamientos:

- a) De  $x = 0$  a  $x = 2m$
- b) De  $x = 2m$  a  $x = 4m$
- c) De  $x = 4m$  a  $x = 5m$
- d) De  $x = 5m$  a  $x = 6m$
- e) De  $x = 6m$  a  $x = 9m$
- f) De  $x = 0m$  a  $x = 9m$

Solución:

a)  $W_{0-2}$  : trabajo cero a dos metros

$$W_{0-2} = (2m)10N = 20N.m = 20J \text{ (área del rectángulo)}$$

b)  $W_{2-4}$ : trabajo de 2 a 4 metros:

$$W_{2-4} = (4-2)m(10N) + \frac{(4-2)m(25-10)N}{2}$$

$$W_{2-4} = 20J + 15J = 35J$$

(suma del área del rectángulo + área del triángulo)

## CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

---

c)  $W_{4-5} = \frac{bh}{2} = \frac{(5-4)m(25N)}{2} = 12.5J$

d)  $W_{5-6} = 0$  (no existe area bajo la curva)

e)  $W_{6-9}$  = trabajo desde 6 a 9 metros. observese que este trabajo es negativo

$$W_{6-9} = \frac{(9-6)m(-15N)}{2} = -22.5N$$

f)  $W_{0-9}$  : trabajo total, es la suma algebraica de todos los trabajos calculados

$$W_{0-9} = W_{0-2} + W_{2-4} + W_{4-5} + W_{5-6} + W_{6-9}$$

$$W_{0-9} = 20J + 35J + 12.5J + 0J + (-22.5J)$$

$$W_{0-9} = 45J$$