

الحمد لله وحده نحمده ونشكره ونستعين به ونستغفره

ومن سيئات أعمالنا  
من يهده الله فلا مضل له ومن يضلل فلا هادي له  
أشهد ان لا إله الا الله وحده لا شريك له  
وأشهد أن محمدا عبده ورسوله  
صلى الله عليه وسلم وعلى آله وصحبه أجمعين  
ومن تبعهم بالإحسان الى يوم الدين  
, إنك أنت العليم الخبير  
ربنا لا فهم لنا إلا ما أفهمتنا, إنك أنت الجواد الكريم  
ربي اشرح لي صدري ويسر لي أمري واحلل لي  
... ة لساني يفقهوا قولي

فإن أصدق الحديث كتاب الله تعالى وخير الهدي, هدي  
سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم تسليما  
وشر الأمور محدثاتها وكل محدثة بدعة وكل بدعة ضلالة

فاللهم أجرنا وقنا عذابها برحمتك يا ارحم  
الراحمين

<http://enstp.web.officelive.com>

بسم الله الرحمن الرحيم

« اللهم بك أصبحنا، وبك أمسينا، وبك فبا، وبك نموت  
واليك النشور »

- إذا أصبحت -

« اللهم إني أصبحت أشهدك وأشهد حملة عرشك ،  
وملائكتك وجميع خلقك أنك أنت الله لا إله إلا أنت  
وحدك لا شريك لك ، وأن محمداً عبدك ورسولك »  
- 4 مرات -

« سبي الله لا إله إلا هو عليه توكلت وهو رب العرش  
العظيم »

- 7 مرات -

« رضيت بالله رباً، وبالإسلام ديناً، وبمحمد صلى الله عليه  
وسلم نبياً »

- 3 مرات -

« سبحان الله وبحمده : عدد خلقه ، ورضا نفسه ، وزنة  
عرشه و مبادئ كلماته »

- 3 مرات -

« أستغفر الله وأتوب إليه »

- 100 مرة -

إِذَا أَتَيْتَ مَضْجَعَكَ، فَتَوَضَّأْ وَضُوءَكَ لِلصَّلَاةِ، ثُمَّ اضْطَجِعْ عَلَى شِقِّكَ  
الْأَيْمَنِ، ثُمَّ قُلْ : اللَّهُمَّ أَسْلَمْتُ وَجْهِي إِلَيْكَ، وَفَوَّضْتُ أَمْرِي إِلَيْكَ،  
وَأَلْجَأْتُ ظَهْرِي إِلَيْكَ، رَغْبَةً وَرَهْبَةً إِلَيْكَ، لَا مَلْجَأَ وَلَا مَنْجَى مِنْكَ إِلَّا إِلَيْكَ،  
اللَّهُمَّ آمَنْتُ بِكِتَابِكَ الَّذِي أَنْزَلْتَ، وَنَبِيِّكَ الَّذِي أَرْسَلْتَ. فَإِنْ مِتَّ مِنْ  
لَيْلَتِكَ، فَأَنْتَ عَلَى الْفِطْرَةِ، وَاجْعَلْهُنَّ آخِرَ مَا تَكَلَّمُ بِهِ

مَنْ نَامَ عَلَى وَضُوءٍ فَأَذْرَكَهُ الْمَوْتُ فِي تِلْكَ اللَّيْلَةِ فَهُوَ عِنْدَ اللَّهِ شَهِيدٌ  
مَنْ تَوَضَّأَ فَأَحْسَنَ الْوُضُوءَ خَرَجَتْ خَطَايَاهُ مِنْ جَسَدِهِ حَتَّى تَخْرُجَ مِنْ تَحْتِ  
أَظْفَارِهِ

إِذَا تَوَضَّأَ الْعَبْدُ الْمُسْلِمُ أَوْ الْمُؤْمِنُ فَعَسَلَ وَجْهَهُ خَرَجَ مِنْ وَجْهِهِ كُلُّ خَطِيئَةٍ  
نَظَرَ إِلَيْهَا بِعَيْنَيْهِ مَعَ الْمَاءِ، أَوْ مَعَ آخِرِ قَطْرِ الْمَاءِ، فَإِذَا غَسَلَ يَدَيْهِ خَرَجَ  
كُلُّ خَطِيئَةٍ كَانَ بَطَشَتْهَا يَدَاهُ مَعَ الْمَاءِ، أَوْ مَعَ آخِرِ قَطْرِ الْمَاءِ، فَإِذَا غَسَلَ  
رِجْلَيْهِ خَرَجَتْ كُلُّ خَطِيئَةٍ مَشَتْهَا رِجْلَاهُ مَعَ الْمَاءِ أَوْ مَعَ آخِرِ قَطْرِ الْمَاءِ  
حَتَّى يَخْرُجَ نَقِيًّا مِنَ الذُّنُوبِ

عايض القرني

**ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES  
TRAVAUX PUBLICS**

# **BETON PRECONTRAINTE**

**PARTIE II**



2009-2010

Dr Ing. Civil EPFL M. AMIEUR



## TABLE DES MATIERES

### Chapitre 5

#### Résistance des sections précontraintes au moment de flexion

5.1 Hypothèses et principes fondamentaux	5.1
5.2 Section résistante	5.2
5.3 Effet de la précontrainte calculée par la méthode des charges équivalentes	5.2
5.3.1 Introduction	5.2
5.3.2 Bases théoriques	5.2
5.3.3 Théorie simplifiée	5.3
5.3.4 Applications	5.4
5.4 Etats limites	5.4
5.4.1 Etat limite d'utilisation	5.4
5.4.2 Etat limite ultime	5.4
5.4.3 Considérations générales	5.5
5.5 Combinaisons des charges	5.5
5.6 Prédimensionnement des sections précontraintes	5.5
5.7 Exemple numérique	5.7

### Chapitre 6

#### Résistance des sections précontraintes à l'effort tranchant

6.1 Effet de la précontrainte sur l'effort tranchant	6.1
6.2 Comportement en phase ultime	6.2
6.2.1 Analogie du treillis	6.2
6.2.2 Sollicitation dans les treillis classiques	6.2
6.2.3 Généralisation du treillis	6.2
6.3 Dimensionnement des étriers actifs et passifs	6.2
6.4 Exemple numérique	6.2

### Chapitre 7

#### Précontrainte des structures hyperstatiques

7.1 Introduction	7.1
7.2 Notations	7.2
7.3 Méthodes de calcul pour la détermination des efforts secondaires	7.2
7.4 Méthode des forces	7.4
7.5 Méthode des déformations	7.5
7.6 Méthodes itératives	7.6
7.7 Effet de l'hyperstaticité sur l'effort tranchant	7.7
7.8 Vérification de la sécurité à la rupture des systèmes hyperstatiques précontraints	7.8
7.8.1 Introduction	7.8
7.8.2 Sécurité à la rupture par flexion des systèmes hyperstatiques précontraints	7.8
7.9 Exemple de calcul des moments secondaires	7.9

# 5

## Résistance des sections précontraintes au moment de flexion

### 5.1 Hypothèses et principes fondamentaux

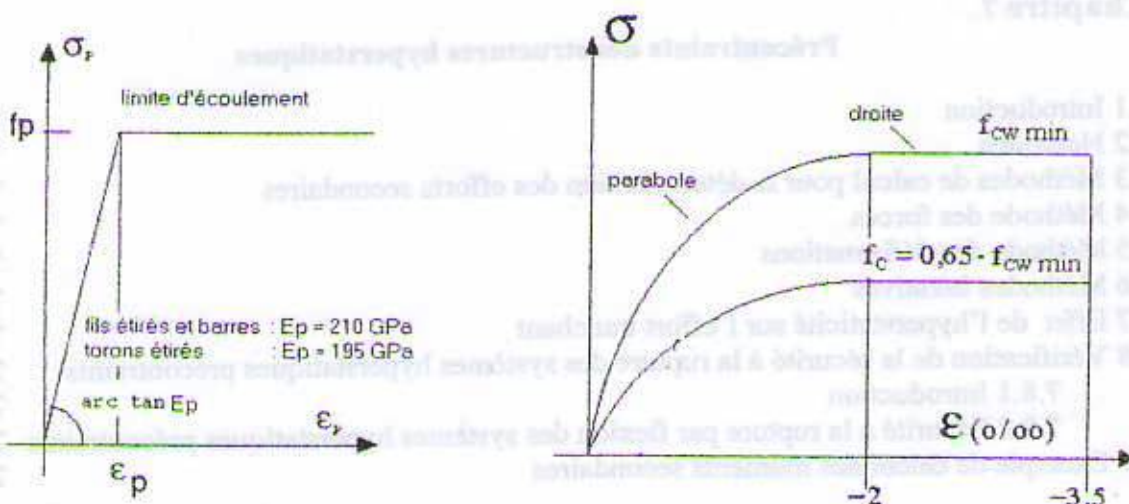
Dans ce chapitre, nous allons étudier les sections de poutres soumises à des sollicitations produisant des contraintes normales parallèles à l'axe longitudinal des pièces linéaires (flexion, effort normal).

Tout problème de flexion simple, composée ou oblique sur des sections homogènes ou fissurées peut être résolu en se basant sur :

- Le principe d'équivalence (conditions d'équilibre) ;
- La condition de compatibilité ;
- La loi constitutive des matériaux.

Rappelons que le principe d'équivalence affirme l'équivalence entre les efforts intérieurs, les forces intérieures et les contraintes. La condition de compatibilité correspond à l'hypothèse de Bernoulli qui suppose que les sections planes restent planes après déformation. Enfin, la loi constitutive décrit la loi de comportement (relation contrainte-déformation) de chaque matériau ; cette loi constitue la différence essentielle entre un calcul élastique et un calcul à la rupture des sections en béton armé ou précontraint.

Pour le calcul à la rupture, on se base sur les diagrammes qui tiennent compte de la plastification du béton et des aciers fig. 5.1



(a) Loi de comportement des aciers de précontrainte (b) loi de comportement du béton

Fig. 5.1 Diagrammes de calcul à la rupture du béton précontraint



### 5.2 Section résistante

Le béton précontraint est un matériau hétérogène, anisotrope et non linéaire. A l'échelle de la structure, le béton peut être admis comme matériau homogène et isotrope.

La résistance du béton à la traction étant faible, elle est généralement négligée dans le calcul ; par conséquent, on considère que la section résistante est fissurée sur toute la hauteur de la zone tendue et que les matériaux travaillent à leurs résistances ultimes.

$$\sigma_c = f_c \text{ et } \sigma_s = f_s \quad (5.1)$$

La rupture en flexion simple se produit toujours par écrasement du béton, excepté pour les sections très faiblement armées ( $\rho = A_s/A_b < 1\%$ ). Par conséquent, on peut admettre que, à l'arête comprimée, la déformation et la contrainte de rupture dans le béton soient atteintes.

$$\varepsilon_{c,\max} = \varepsilon_u = 0.35 \% \quad \text{et} \quad f_c = 0.65 f_{cw,\min} \quad (5.2)$$

où  $f_{cw,\min}$  est la résistance minimale assurée par le fabricant du béton.

### 5.3 Effet de la précontrainte calculée par la méthode des charges équivalentes

#### 5.3.1 Introduction

La précontrainte a pour effet de soulager la structure en béton. Pour le calcul à la rupture, elle est généralement introduite du côté de la résistance de la section. Par contre, pour le calcul à l'état limite de service la précontrainte se manifeste comme une charge.

La méthode des charges équivalentes, complétée par la notion de balancement, permet de tenir compte de l'effet de la précontrainte d'une manière particulièrement pratique et intuitive. Elle simplifie considérablement le calcul des structures précontraintes complexes (par exemple : structures hyperstatiques).

L'effet d'un câble de précontrainte est remplacé par un système de forces (forces d'ancrage, forces de déviation), introduites en tant que forces extérieures agissant sur le béton et appelées charges équivalentes.

#### 5.3.2 Bases théoriques

Afin de ne pas compliquer le raisonnement, mais tout en gardant les généralités des conclusions, considérons le cas d'une poutre simple précontrainte selon la figure 5.2.

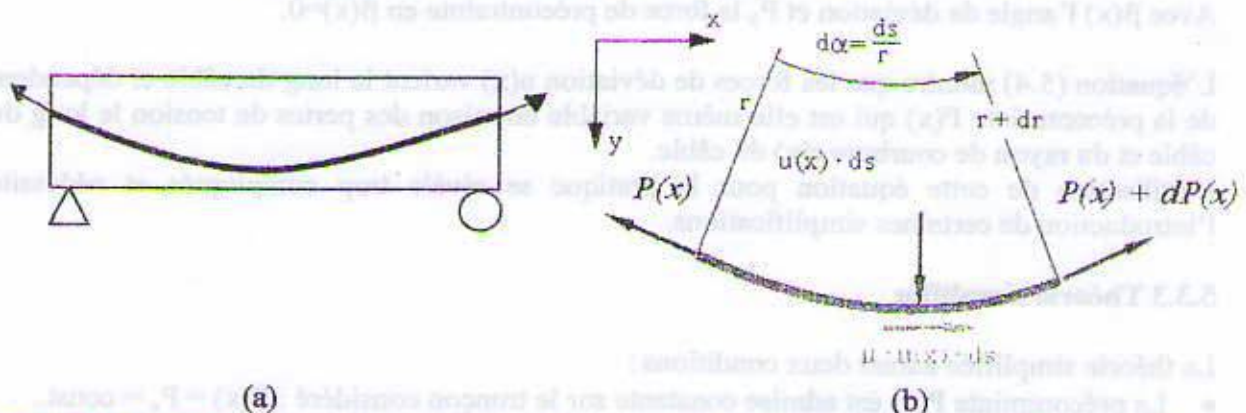


Fig. 5.2 poutre simple précontrainte : (a) conventions et définitions et (b) forces agissant sur un tronçon de câble.



La précontrainte engendre d'une part des forces agissant sur le câble, et d'autre part des forces agissant sur le béton. Les deux systèmes de forces remplissent les conditions d'équilibres et sont identiques, seul le sens des forces est opposé.

Isolons un segment de câble de longueur  $ds$ . Les forces agissant sur ce petit segment sont :

- Forces de précontrainte  $P(x)$  et  $P(x)+dP(x)$  ;
- Forces de déviation  $u(x) ds$  ;
- Forces de frottement  $\mu u(x) ds$  ( $\mu$  coefficient de frottement entre le béton et le câble).

Ces forces forment un système en équilibre.

En faisant, d'une part, l'équilibre selon  $y$  par  $\Sigma F_y = 0$ , on obtient :

$$uds - P d\beta = 0 \quad (5.3)$$

d'où les forces de déviation  $u(x)$  par unité de longueur du câble:

$$u(x) = P(x)/r(x) \quad (5.4)$$

avec  $r(x)=ds/d\beta$ .

Et d'autre part, dans la direction  $x$  par  $\Sigma F_x = 0$ , on obtient

$$dP + \mu u(x) ds = 0 \quad (5.5)$$

En remplaçant  $u.ds$  par l'équation (5.3):

$$dP + \mu P.d\beta = 0 \quad (5.6)$$

qui permet décrire l'équation différentielle donnant  $P(x)$  :

$$dP/P = - \mu d\beta \quad (5.7)$$

dont la solution s'écrit :

$$P(x) = P_0 \cdot e^{-\mu d\beta} \quad (5.8)$$

Avec  $\beta(x)$  l'angle de déviation et  $P_0$  la force de précontrainte en  $\beta(x)=0$ .

L'équation (5.4) montre que les forces de déviation  $u(x)$  varient le long du câble et dépendent de la précontrainte  $P(x)$  qui est elle-même variable en raison des pertes de tension le long du câble et du rayon de courbure  $r(x)$  du câble.

L'utilisation de cette équation pour la pratique se révèle trop compliquée et nécessite l'introduction de certaines simplifications.

### 5.3.3 Théorie simplifiée

La théorie simplifiée admet deux conditions :

- La précontrainte  $P(x)$  est admise constante sur le tronçon considéré :  $P(x) = P_0 = \text{const.}$
- L'inclinaison  $\alpha(x)$  des câbles de précontrainte par rapport à l'axe  $x$  (parallèle à l'axe longitudinal) est faible.



Le tracé d'un câble de précontrainte non rectiligne peut être assimilé à une parabole du deuxième degré dont l'équation et ses dérivées sont :



Fig. 5. 4 tracé parabolique du câble

$$y = ax^2 + bx + c \quad y' = 2ax + b \quad y'' = 2a \quad (5.9)$$

Sachant que  $\alpha(x) = y'$  et que la courbure  $r(x)$  est définie par :

$$r(x) = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''} \quad (5.10)$$

En appliquant les hypothèses simplificatrices mentionnées au début du paragraphe, on obtient :

$$1/r(x) = y'' ; \text{ et par (5.9), } 1/r = 2a \quad (5.11)$$

L'application des conditions aux limites aux équations (5.9) du câble parabolique permet d'obtenir aisément la constante  $a$  exprimant la courbure :

$$a = 4f/l^2 \quad (5.12)$$

Enfin, l'expression (5.4) devient

$$u = P_o \cdot 8f/l^2 \quad (5.13)$$

Cette expression montre bien que les forces de déviation  $u$  sont constantes. De plus, il est à remarquer que ces forces de déviation sont indépendantes du système statique.

La composante horizontale  $u \sin \beta$  est petite et peut être négligée car  $\sin \beta$  est petit.

Il en résulte également que la composante horizontale  $P \cdot \cos \alpha$  de la force de précontrainte  $P(x)$  est constant. La composante verticale de la force de précontrainte peut être écrite par  $P_y = P_x \tan \alpha$ . Comme  $P_x = P_o \cdot \cos \alpha$  et  $\alpha$  petit, on peut écrire que éq. (5.14) :

$$P_y = P_o \tan \alpha$$

$$P_x = P_o$$

En conclusion, un câble de précontrainte peut être remplacé par des forces d'ancrages ( $P_x$  et  $P_y$ ) et une charge de déviation uniformément répartie  $u$ .

### 5.3.4 Application

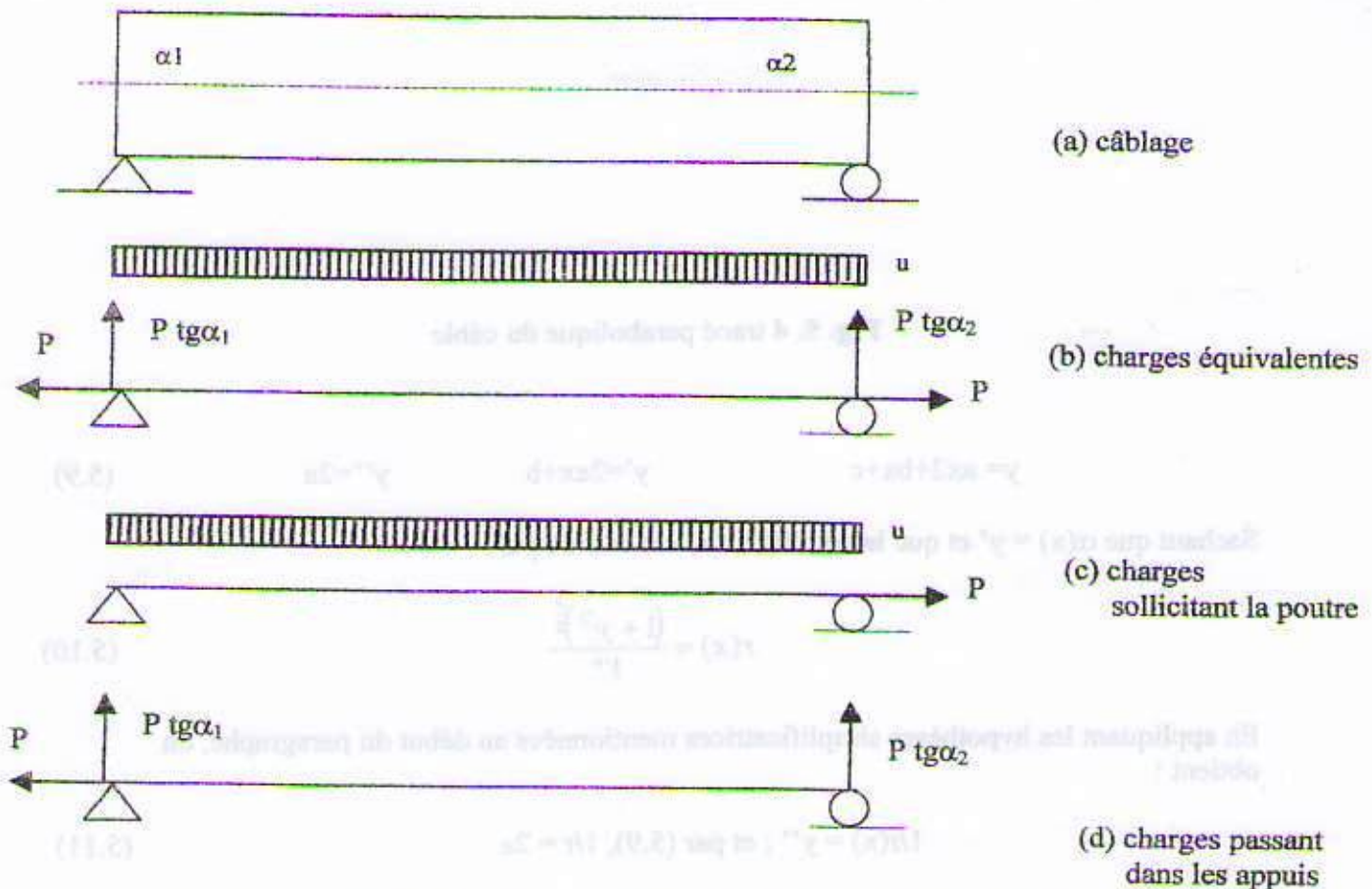


Fig. 5.4 Exemple d'application des charges équivalentes

### 5.4 Etats limites

On distingue deux dénominations d'états limites :

#### 5.4.1 Etat limite d'utilisation (calcul à l'état de service)

Il s'agit de s'assurer du bon comportement de la structure (déformations, fissuration, contraintes) à l'état de service sous l'influence des charges de service non majorées (y compris les effets différés : retrait, fluage, effets thermiques, etc....).

Le calcul des contraintes dans le béton est calculé de la même manière qu'en béton armé:

$$\sigma_c = -\frac{|P|}{A_c} \pm \frac{|M_p|}{W_c} \pm \frac{|M_{g+q}|}{W_c} \quad (5.16)$$

où

$\sigma_c$  est la contrainte de compression dans le béton ;

$A_c$  est l'aire de béton ;

$M_p$  moment dû à la précontrainte ;

$M_{g+q}$  est le moment dû aux charges ;

$W_c$  étant le module de flexion de la section.



La précontrainte peut exercer une influence favorable ou défavorable sur les contraintes  $\sigma_c$ , elle sera introduite avec ses valeurs minimale P ou maximale  $P_o$ , et on considère, en principe, les deux combinaisons suivantes:

$$\begin{aligned} (g + P_o) \\ (g + q + P_o) \end{aligned}$$

#### 5.4.2 Etat limite ultime (calcul à la rupture)

Il s'agit de déterminer la résistance ultime (capacité portante de la section) de la structure sous charges pondérées par des coefficients de sécurité appropriés et en réduisant les résistances des matériaux par un autre coefficient. Pour le calcul à la rupture, on peut envisager trois méthodes :

- Coefficients de sécurité globaux ;
- Coefficients de sécurité partiels ;
- Méthode des probabilités.

La méthode des coefficients globaux est la plus ancienne et la plus simple puisqu'elle exige que la résistance ultime (R) d'une section soit  $\gamma$  fois plus grande que les sollicitations (S).

$$R \geq \gamma S \quad (5.17)$$

La valeur du coefficient  $\gamma$  fut déterminée principalement par des essais ; elle peut varier entre 1.6 et 2.0. L'utilisation de cette méthode a montré qu'elle peut conduire à des résultats très favorables (donc peu économiques) et qu'elle peut être utilisée que pour les problèmes du premier ordre.

L'utilisation des coefficients partiels vient améliorer la méthode des coefficients globaux en attribuant à chaque grandeur qui influence le comportement de la structure un coefficient de majoration ou de minoration séparée selon la combinaison des charges considérée. Par exemple :

$$R/\gamma_R \geq \gamma_g \cdot S_g + \gamma_q \cdot S_q \quad (5.18)$$

où  $\gamma_R$ ,  $\gamma_g$  et  $\gamma_q$  sont respectivement les coefficients de sécurité relatifs à la section (matériau), aux charges permanentes et aux surcharges.

Enfin, la théorie probabiliste permet de traiter la question de la sécurité d'une manière claire et scientifique. On exprime que la probabilité d'un certain événement défavorable (fissuration, rupture, etc. .) doit être inférieure à une certaine valeur fixée. L'inconvénient est que le calcul est complexe et fastidieux et que les distributions des grandeurs importantes des matériaux sont mal connues.

Dans la pratique, on se base sur la méthode des coefficients de sécurité partiels.

#### 5.4.3 Considérations générales

Il est à remarquer que les deux états limites sont à vérifier pour les différentes phases de construction et pour l'état définitif en considérant les charges avec leurs effets les plus défavorables.

En général, on dimensionne la structure dans l'état limite ultime et on se contente de vérifier le comportement à l'état de service.



En conclusion, on retiendra que le calcul de structures s'effectue dans les états limites cités ci-dessus.

### 5.5 Combinaisons des charges

Il est important de distinguer entre le calcul à l'état de service et le calcul à la rupture. Pour le premier, on ne considérera en général que les charges permanentes. La méthodologie utilisée est la même que celle utilisée en béton armé (voir cours béton armé).

### 5.6 Prédimensionnement des sections précontraintes

L'effet de la précontrainte dans les structures hyperstatiques sera traité dans le septième chapitre du présent cours.

Dans le présent paragraphe, nous nous limiterons à présenter le dimensionnement des sections précontraintes soumises à un moment fléchissant.

Le calcul des sections précontraintes à la rupture est analogue à celui du béton armé, à la différence près que l'acier de précontrainte possède une résistance plus élevée.

On définit le degré mécanique de précontrainte comme suit :

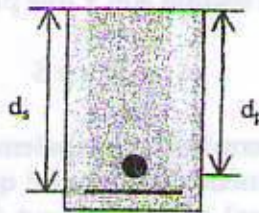


Fig. 5.5 Définitions des bras de levier

- $A_p$  et  $A_s$  se trouvent à peu près au même niveau

$$\lambda = \frac{A_p \cdot f_p}{A_p \cdot f_p + A_s \cdot f_s} \quad (5.19)$$

- $A_p$  et  $A_s$  sont assez espacées ( $d_p \neq d_s$  hauteurs statiques)

où  $A_s$  et  $A_p$  sont respectivement les aires d'armature et de précontrainte ;

$f_y$  et  $f_s$  sont respectivement les résistances ultimes d'armature et de précontrainte ;

$z_s$  et  $z_p$  sont respectivement les bras de levier de l'armature et de la précontrainte.

$$\lambda = \frac{A_p \cdot f_p \cdot z_p}{A_p \cdot f_p \cdot z_p + A_s \cdot f_s \cdot z_s} \quad (5.20)$$

Lorsque  $\lambda = 0$ , on a affaire au béton armé ;

$0 < \lambda < 1$  décrit le domaine de la précontrainte partielle ;

$\lambda = 1$  on a affaire à la précontrainte totale.

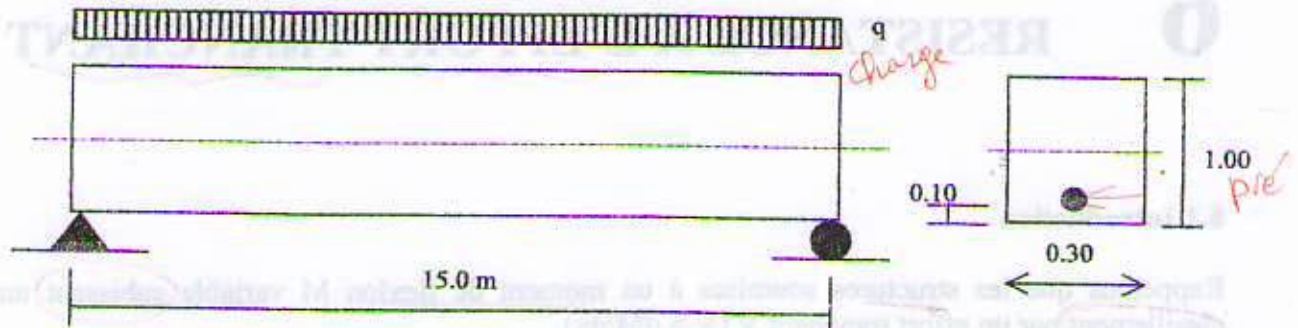
Pour simplifier le calcul, on introduit un pourcentage d'armature équivalent  $\rho_{id}$  (équivalent au béton armé).

$$\rho_{id} = \rho_s + \rho_p \frac{f_p}{f_s} \quad (5.21)$$



### 5.7 Exemple numérique : calcul d'une poutre précontrainte

La poutre simple suivante est précontrainte au moyen d'un câble parabolique.



$$\gamma = 25 \text{ Kn/m}^3 ; q = 20 \text{ kN/m.}$$

$$\text{Acier de précontrainte : } f_p = 1700 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Acier d'armature passive : } f_s = 460 \text{ N/mm}^2$$

- Déterminer la force de précontrainte  $P$  nécessaire pour que la traction à l'arête, sous l'effet du poids propre, n'excède pas  $1 \text{ N/mm}^2$  dans la section la plus sollicitée. Refaire le même calcul en considérant le cas  $(P_\infty + g + q)$ . Enfin, dessinez les diagrammes des contraintes correspondants.
- En admettant que la contrainte lors de la mise en tension est égale à  $0.7 f_p$ , calculez l'acier d'armature passive supplémentaire nécessaire à la rupture sous l'effet du poids propre  $g$  et des surcharges  $q$  ( $\gamma_g = 1.3$ ,  $\gamma_q = 1.5$ ).
- Dessinez la section précontrainte avec ses cotations.

$$\sigma = 1 \text{ N/mm}^2 = \frac{-P}{93.1} + \frac{M_P}{W_c} + \frac{M_{charge}}{W_c} \quad \text{avec } W_c = \frac{bh^3}{6}$$



# 6

## RESISTANCE A L'EFFORT TRANCHANT

### 6.1 Introduction

Rappelons que les structures soumises à un moment de flexion  $M$  variable subissent un cisaillement par un effort tranchant  $V$  ( $V = dM/dx$ ).

Le cas d'une poutre simplement appuyée soumise à une charge uniformément répartie et à l'état non fissuré montre bien les trajectoires des contraintes principales obtenues à partir des contraintes longitudinales et tangentielle fig. 1.6.

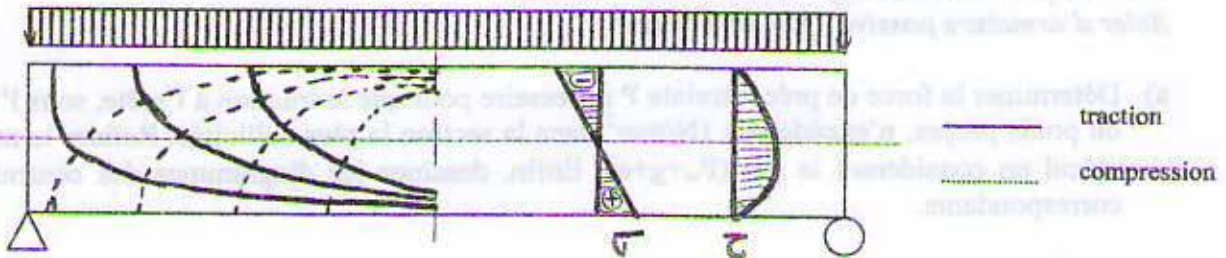


Fig. 1.6 trajectoires des contraintes principales

Les contraintes principales de traction à l'arête inférieure nécessitent de disposer des armatures longitudinales (flexion). De plus, il apparaît des contraintes principales de traction obliques qui sont inclinées à  $45^\circ$  par rapport à l'axe neutre et qui doivent être reprises par une armature adéquate (appelée armature d'effort tranchant). Pour des raisons pratiques, les étriers sont généralement placés verticalement.

Lorsque la charge augmente suffisamment, les contraintes principales de traction atteignent la résistance à la traction du béton et le béton se fissure : en général, cette apparition est observée à l'état de service. Si la poutre ne dispose pas d'étriers pour reprendre l'effort tranchant, son comportement change au fur et à mesure avec la progression des fissures et s'approche de celui d'un arc à tirant fig. 6.2.

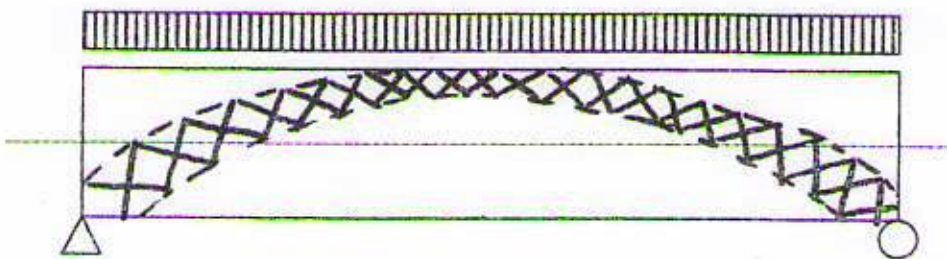


Fig. 2.6 Comportement à la ruine d'une poutre sans étriers



Le dimensionnement à l'effort tranchant (voir cours béton armé), en particulier la détermination des étriers, impose un calcul à la rupture. Les structures soumises à cet effort sont toujours fissurées en phase ultime, même lorsque le béton est précontraint. A titre de rappel, la contrainte tangentielle due à l'effort tranchant dans une section homogène est décrite par l'équation ci-dessous :

$$\tau(y) = \frac{V \cdot S(y)}{I \cdot b(y)} \quad (6.1)$$

où

- $\tau(y)$  est la contrainte tangentielle à l'ordonnée  $y$  ;
- $V$  est l'effort tranchant ;
- $S(y)$  est le moment statique, par rapport à l'axe neutre, de la partie de la section située au-delà de l'ordonnée  $y$  ;
- $I$  est le moment d'inertie de la section ;
- $b(y)$  est la largeur du profil à l'ordonnée  $y$  ;
- $y$  est l'ordonnée ayant l'axe neutre pour origine.

## 6.2 Comportement en phase ultime

### 6.2.1 Analogie du treillis

Afin de mieux comprendre le comportement des structures soumises à l'effort tranchant lorsque la charge s'approche de la charge ultime, nous allons analyser le comportement d'une poutre simple sollicitée en son milieu par une charge concentrée ; la fissuration de la poutre aura l'allure de la Fig. 6.3. On observe quatre régions de fissuration :

- La partie supérieure du béton est comprimée ;
- Une zone découpée par des fissures inclinées qui forment des bielles obliques de béton comprimées ;
- La partie inférieure tendue (résistance à la traction du béton négligée) ;
- Des fissures inclinées induites par des contraintes de cisaillement (effort tranchant).

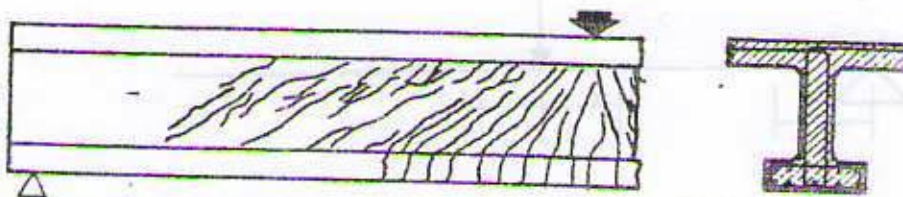


Fig. 3.6 Fissuration d'une poutre sous charge ultime

Ces régions correspondent respectivement à la membrure supérieure, aux diagonales, à la membrure inférieure et aux montants d'une poutre treillis. Cette analogie a été mise en évidence par Ritter et Morsch pour élaborer un modèle de calcul Fig. 4.6.

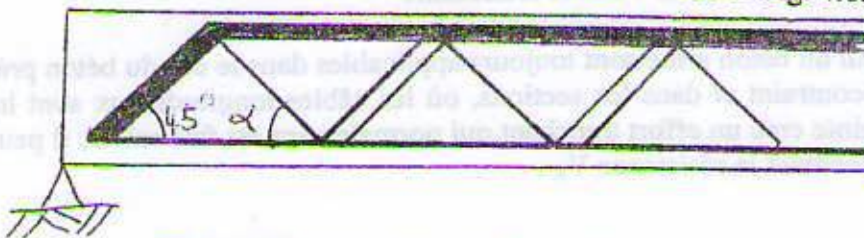


Fig. 4.6 Modèle de calcul des étriers (Ritter et Morsch)



En réalité, ces treillis n'ont pas cette forme élémentaire : étant donné que les étriers sont nettement moins espacés.

En conclusion, l'avantage de ce modèle en treillis réside en la simplicité de son utilisation.

### 6.2.2 Sollicitation dans les treillis classiques

Le calcul est basé sur le comportement en phase ultime. Pour l'âme (partie de la section qui reprend l'effort tranchant), on adopte un modèle de calcul en treillis dont l'inclinaison des bielles peut être choisie en respectant certaines limites.

Les efforts intérieurs (efforts normaux) peuvent être déterminés comme les efforts normaux dans les barres d'un treillis isostatique à l'aide d'une seule équation (voir béton armé).

### 6.2.3 Inclinaison des bielles comprimées et section déterminante

L'inclinaison des bielles de compression peut varier ; elle dépend principalement du rapport des rigidités de l'âme et de la semelle. De plus, elle dépend de la disposition et du taux d'armature : le choix de l'angle  $\alpha$  peut se faire en respectant les limites ci-dessous :

$$22^\circ < \alpha < 56^\circ \quad (6.2)$$

L'inclinaison des bielles  $\alpha$  de compressions est fixée à  $45^\circ$ , la seule variable est l'angle  $\beta$  entre l'axe de la poutre et l'armature d'effort tranchant. En général, les étriers sont verticaux et donc  $\beta=90^\circ$ .

Dans les zones d'appuis ou au voisinage des charges concentrées, la section déterminante est à prendre à une distance  $a$  de l'appui (respectivement du point d'application de la charge), avec :

$$a = 0.5 z \cot \alpha \quad (6.3)$$



Fig. 5.6 Section déterminante pour la vérification à l'effort tranchant

Comme déjà mentionné dans le cours de béton armé, la contrainte de compression dans les bielles comprimées doit être vérifiée.

### 6.3 Effet de la précontrainte sur l'effort tranchant

Les règles de calcul du béton armé sont toujours applicables dans le cas du béton précontraint. Pour le béton précontraint et dans les sections, où les câbles longitudinaux sont inclinés, la force de précontrainte crée un effort tranchant qui normalement est favorable ; il peut être pris en compte en augmentant la résistance  $V_R$ .



A titre de rappel, la capacité portante à l'effort tranchant est vérifiée à l'aide de l'expression ci-dessous :

$$\frac{V_R}{\gamma_R} \geq V_d \quad (6.4)$$

où

$V_R$  est l'effort tranchant résistant,

$\gamma_R$  est un coefficient de sécurité,

$V_d$  est l'effort tranchant agissant sous charge ultime.

L'effort tranchant  $\Delta V_R$  créé par l'inclinaison du câble de précontrainte longitudinal est donné par :

$$\Delta V_R = P \cdot \sin \beta_p \quad (6.5)$$

où  $\beta_p$  étant l'angle d'inclinaison du câble par rapport à l'axe de la poutre.

Dans l'expression ci-dessus, la valeur de la force de précontrainte à prendre est, en général, la tension à long terme  $P_\infty$ .

La valeur de la précontrainte à prendre en compte correspond à la valeur de celle ci lors de l'état de service car une rupture par effort tranchant peut se produire sans allongement notable des câbles.

Par conséquent, la section d'armature passive (étriers non précontraints) nécessaire est :

$$\left( \frac{A_{sq}}{s} \right)_{nec} = \frac{V_d - \Delta V_R}{f_s \cdot z} \cdot \tan \alpha \quad (6.6)$$

où

$A_{sq}$  est la section d'acier (aire) des étriers nécessaires ;

$s$  est l'espacement entre les étriers ;

$V_d$  est l'effort tranchant de dimensionnement (avec charges majorées) ;

$z$  est la hauteur de l'âme ou de la poutre (qui correspond au modèle treillis) ;

Si l'action des câbles est défavorable, son influence doit être prise en compte, en considérant le maximum de la force de précontrainte  $P_0 \sin \beta_p$ .

#### 6.4 Dimensionnement des étriers actifs et passifs

Chaque poutre (cours béton armé) doit comporter une armature minimale telle que :

$$\rho_a = \frac{A_{sq}}{b} \geq 0.2\% = \rho_{min} \quad (6.7)$$

Pour le dimensionnement des étriers passifs (non précontraints), l'armature d'étrier est calculée (rappel) par :

$$\left( \frac{A_{sq}}{s} \right) = \frac{V_d}{f_s \cdot z} \tan \alpha \quad (6.8)$$

Il est à remarquer que l'armature longitudinale de traction doit résister à une force supplémentaire (voir béton armé).

Dans le cas des étriers précontraints (actifs), les vérifications du béton armé restent valables avec deux limitations complémentaires :

- Dans l'équation (6.8), la valeur  $f_s$  à prendre en considération (acier de précontrainte) ne doit pas dépasser  $\sigma_p + f_s$ .
- En vue de limiter les compressions dans les bielles obliques, les contraintes dues aux étriers précontraints ne doivent pas dépasser les contraintes parallèles à l'axe x.

### 6.5 Exemple numérique

Reprendre l'exercice de la section 2.7 (a) :

(a) Calculez les étriers nécessaires pour reprendre l'effort tranchant :

- Sans tenir compte de la précontrainte ;
- En tenant compte de l'effet de la précontrainte.

(b) Proposer un cas où le tracé du câble longitudinal est défavorable pour la résistance à l'effort tranchant.



# 7 PRECONTRAINTE DES SYSTEMES HYPERSTATIQUES

## 7.1 Introduction

Dans les systèmes hyperstatiques, la précontrainte ne produit pas seulement un état d'autocontraintes, mais en général, également des efforts dits secondaires dus aux liaisons surabondantes.

Considérons, par exemple, une poutre continue à deux travées, précontrainte par un câble rectiligne excentré Fig. 7.1a.

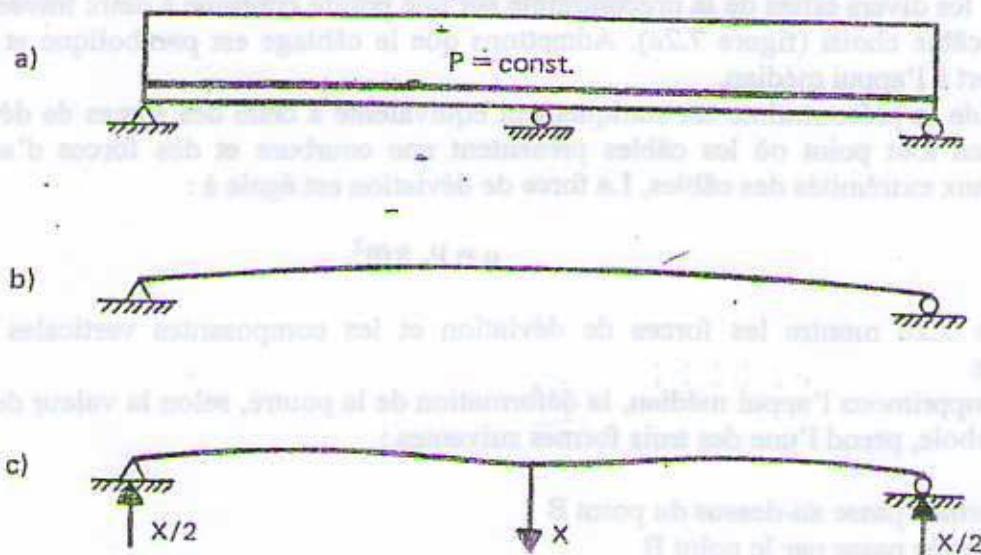


Fig. 7.1 Effet de la précontrainte sur une structure hyperstatique

Sous l'effet de la précontrainte seule, la poutre a tendance à se déformer vers le haut (Fig. 7.1b), mais, afin que les conditions de liaisons soient respectées, une force  $X$  agit à l'appui médian (Fig. 7.1c).

Les moments ainsi créés, dus à l'hyperstaticité sont appelés : Moments d'ordre hyperstatique ou moment secondaire.

L'intensité des efforts secondaires peut être du même ordre de grandeur que celle des efforts primaires (dus aux charges extérieures). En choisissant judicieusement le tracé du câble, il est possible d'obtenir des efforts secondaires agissant favorablement dans les zones fortement



sollicitées. On peut aussi rechercher un tracé de câble qui ne produise aucun effort secondaire. On se trouve alors dans le cas d'une précontrainte dite concordante.

## 7.2 Notations

$M_p^o$  : moment dû à la précontrainte dans le système fondamental (système isostatique).

$M_p^h$  : moment d'ordre hyperstatique (moment secondaire).

$M_p$  : moment résultant dû à la précontrainte ( $M_p^o + M_p^h$ ).

## 7.3 Méthodes de calcul pour la détermination des efforts secondaires

Toutes les méthodes de calcul des structures hyperstatiques sont applicables pour déterminer l'effet de la précontrainte. Les plus usuelles, pour les pièces linéaires, sont les suivantes :

- Méthode des forces ;
- Méthodes des déplacements ;
- Méthodes itératives (Cross, etc.).

Dans l'application des méthodes ci-dessus, il faut savoir que la méthode des charges équivalentes (balancement des charges) reste valable. Examinons cependant, dans un exemple, les divers effets de la précontrainte sur une poutre continue à deux travées suivant le tracé du câble choisi (figure 7.2a). Admettons que le câblage est parabolique et symétrique par rapport à l'appui médian.

L'action de la précontrainte est statiquement équivalente à celle des forces de déviation, qui existent en tout point où les câbles présentent une courbure et des forces d'ancrage, qui agissent aux extrémités des câbles. La force de déviation est égale à :

$$u = P_o \frac{8f}{l^2} \quad (7.1)$$

La figure 7.2b montre les forces de déviation et les composantes verticales des forces d'ancrage.

Si nous supprimons l'appui médian, la déformation de la poutre, selon la valeur de la flèche  $f$  de la parabole, prend l'une des trois formes suivantes :

- ① la déformée passe au-dessus du point B
- ② la déformée passe par le point B
- ③ la déformée passe au-dessous du point B

Dans la figure 7.2c, on voit que dans le cas ① la précontrainte produit une réaction d'appui  $V_B$  négative (force de traction). Dans le cas ②, elle ne produit pas de réaction d'appui  $V_B$  ; la précontrainte est donc concordante fig. 7.3d. Dans le cas ③, la réaction d'appui  $V_B$  est positive (force de compression) et le moment secondaire en B est négatif (fig. 7.2e).

Pour calculer les forces secondaires, on peut utiliser l'une des méthodes citées ci-dessus (voir les paragraphes suivants), on obtient :

Le moment secondaire sur appui (sans démonstration) :

$$M_p^h = -\frac{1}{2} V_B \cdot l = -(f^+ + e_B^-) \cdot P^- \quad (7.2)$$



Le moment résultant sur appui :

$$M_P = M_P^h + M_P^o = -(f^+ + e_B^-) \cdot P^- + e_B^- \cdot P^- = -f^+ \cdot P^- \quad (7.3)$$

De ces valeurs, on peut tirer les conclusions suivantes :

- Le moment résultant  $M_P$  (dû à la précontrainte) ne dépend que de la flèche  $f$  de la parabole et non de l'excentricité  $e_B$ .
- La précontrainte contrebalance d'autant mieux les charges verticales extérieures que la flèche  $f$  de la parabole est grande.
- La précontrainte concordante ② ou un tracé du câble selon ③ est, en général, défavorable.

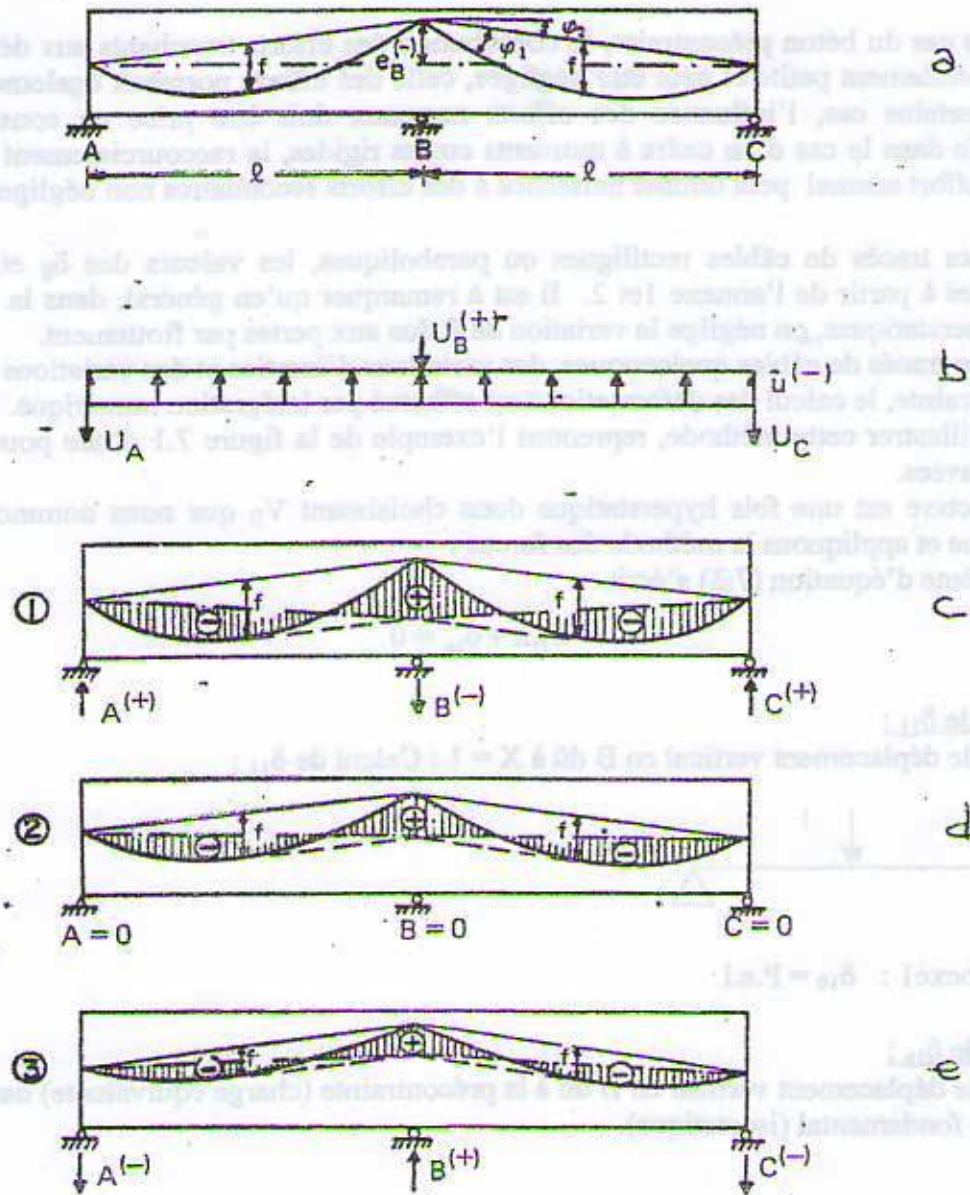


Fig. 7.2 Effets de la précontrainte sur une poutre continue à deux travées suivant le tracé du câble choisi



### 7.4 Méthode des forces

On peut déterminer les efforts secondaires par la méthode des forces. A titre de rappel, le système d'équations est le suivant :

$$\delta_{ij}x_j + \delta_{ip} = 0 \quad (7.4)$$

où

$x_j$  sont les grandeurs surabondantes (inconnues ou efforts secondaires),  $\delta_{ij}$  sont les déformations dues à des forces uniques et unitaires et  $\delta_{ip}$  sont les déformations dues à la précontrainte extérieure dans le système statique fondamental (statiquement déterminé).

Dans le cas du béton précontraint, la contribution des efforts tranchants aux déformations  $\delta_{ip}$  est généralement petite et peut être négligée, celle des efforts normaux également. Toutefois, dans certains cas, l'influence des efforts normaux doit être prise en considération. Par exemple dans le cas d'un cadre à montants courts rigides, le raccourcissement de la traverse dû à l'effort normal peut donner naissance à des efforts secondaires non négligeables.

Pour des tracés de câbles rectilignes ou paraboliques, les valeurs des  $\delta_{ij}$  et  $\delta_{ip}$  peut être calculées à partir de l'annexe 1 et 2. Il est à remarquer qu'en général, dans la détermination des hyperstatiques, on néglige la variation de  $P$  due aux pertes par frottement.

Pour des tracés de câbles quelconques, des variations d'inerties et des variations de la force de précontrainte, le calcul des déformations est effectué par intégration numérique.

Afin d'illustrer cette méthode, reprenons l'exemple de la figure 7.1 d'une poutre continue à deux travées.

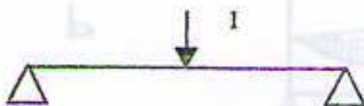
La structure est une fois hyperstatique donc choisissons  $V_B$  que nous nommons  $X$  comme inconnue et appliquons la méthode des forces :

Le système d'équation (7.3) s'écrit :

$$\delta_{11}x + \delta_{1p} = 0 \quad (7.4)$$

Calcul de  $\delta_{11}$  :

$\delta_{11}$  est le déplacement vertical en B dû à  $X = 1$  : Calcul de  $\delta_{11}$  :



De l'annexe 1 :  $\delta_{10} = P.e.l$

Calcul de  $\delta_{1p}$  :

$\delta_{1p}$  est le déplacement vertical en B dû à la précontrainte (charge équivalente) dans le système fondamental (isostatique).



De l'annexe 1 :  $\delta_{11} = -3/2P.e$



$$D'où X = -\delta_{10}/\delta_{11} = 3/2 P.e$$

$$\text{et } M_p = P.e - 3/2 P.e = 1/2 P.e$$

### 7.5 Méthode des déformations

Dans la méthode des déformations, on introduit comme inconnues des grandeurs déformations (déplacements, rotations), qui sont liées aux efforts.

Dans le système (7.3), les inconnues  $X_j$  deviennent les déformations,  $\delta_{ij}$  deviennent les efforts (moments, efforts tranchants, efforts normaux) dus à des déformations unitaires et unitaires et  $\delta_{ip}$  deviennent les efforts dus à la précontrainte extérieure dans le système statique fondamental (statiquement déterminé).

Le tableau de l'annexe 3 donne les valeurs des moments secondaires et des moments résultants pour six tracés de câble différents dans le cas d'une poutre à section constante. Pour plus de détails sur cette méthode, voir cours résistance des matériaux.

### 7.6 Méthodes itératives

A nos jours, les méthodes itératives ne sont plus utilisées. Dans le passé, les deux méthodes les plus utilisées sont celles de Cross et de Kani. Elles sont toutes deux basées sur la méthode des déformations.

Aujourd'hui, pour les structures hyperstatiques de degré supérieur à 2 sont analysées avec des programmes de calcul par ordinateur.

### 7.7 Effet de l'hyperstaticité sur l'effort tranchant

Sachant la relation entre le moment de flexion et l'effort tranchant par :

$$V = \frac{dM}{dx} \quad (7.5)$$

On peut déterminer les efforts tranchants secondaires par les mêmes méthodes que celles utilisées pour la détermination des moments secondaires ou on peut, simplement, les déduire des moments secondaires. D'où

$$V_p = V_p^o + V_p^h = \frac{dM_p^o}{dx} + \frac{dM_p^h}{dx} \quad (7.6)$$

### 7.8 Vérification de la sécurité à la rupture des systèmes hyperstatiques précontraints

#### 7.8.1 Introduction

Pour les ouvrages en béton précontraint isostatiques, la vérification à la rupture ne pose pas de problème particulier. Les moments secondaires étant nuls, ils n'interviennent pas dans la vérification à la rupture par flexion, la sécurité est suffisante quand, dans chaque section :

$$M_R \geq \gamma_g \cdot M_g + \gamma_q \cdot M_q \quad (7.7)$$



où  $M_R$  est le moment résistant,  $M_g$  et  $M_q$  sont respectivement le moment dû aux charges permanentes et le moment dû aux surcharges et  $\gamma_g$  et  $\gamma_q$  sont les coefficients de sécurité respectifs.

Des considérations théoriques et les résultats de nombreux essais montrent que le moment de flexion résistant ne dépend, en général, que très peu du degré de précontrainte. L'effet de l'état d'auto-contrainte disparaît presque totalement lorsque les aciers de précontrainte ont dépassé la limite d'élasticité.

### 7.8.2 Sécurité à la rupture par flexion des systèmes hyperstatiques précontraints

Si on dimensionne selon la résistance des sections, la formulation de la sécurité est la suivante :

$$M_R \geq \gamma_g \cdot M_g + \gamma_q \cdot M_q + \gamma_p \cdot M_p^h \quad (7.8)$$

Cette formulation s'est avérée faussée car on admet implicitement que la distribution des moments calculés selon la théorie de l'élasticité reste toujours valable à l'état ultime. En réalité, en stade fissuré et lorsque des plastifications locales apparaissent, on ne peut plus distinguer les moments secondaires des moments dus aux charges extérieures.

Pour un ouvrage hyperstatique précontraint, la sécurité à la rupture d'une section isolée n'a pas grande signification. Seule la sécurité globale de l'ouvrage donne une image juste de la sécurité ; on en tient compte en dimensionnant selon la théorie de plasticité. La formulation de la sécurité est donnée dans l'équation (7.7).

### 7.9 Exemple de calcul des moments secondaires

Calculer les moments secondaires aux nœuds du cadre hyperstatique dont la traverse est précontrainte par un câble rectiligne excentré (utiliser la méthode des forces) Fig. 7.3.

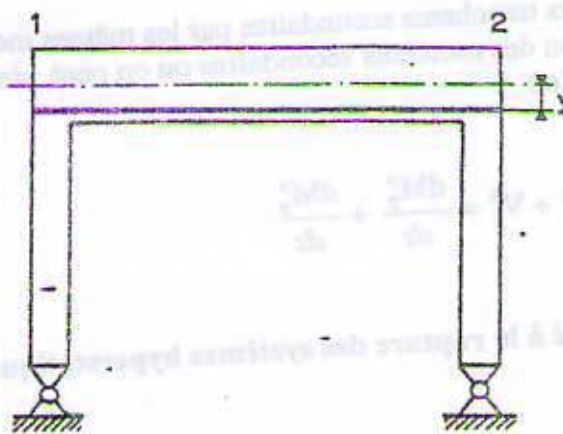
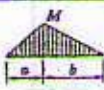




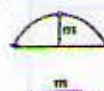

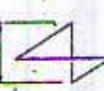
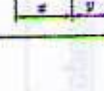

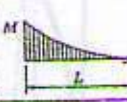
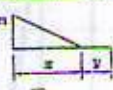
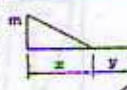
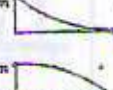
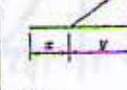
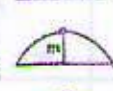











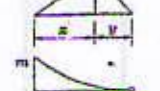
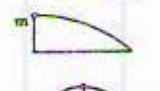

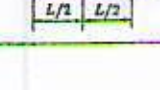

Fig. 7.3 Exemple d'un cadre à deux articulations avec un câble de précontrainte rectiligne



## Annexe 2

 $a + b = L$	
	$\frac{1}{3} M m L$
	$\begin{cases} \text{pour } x \leq a: \frac{1}{6} M m \left( 2 - \frac{(a-x)^2}{a^2} \right) L \\ \text{pour } x \geq a, \text{ intervenir} \end{cases}$
	$\begin{cases} \text{pour } x \leq a: \frac{1}{6} M m \frac{x^2}{a} \\ \text{pour } x \geq a: \frac{1}{6} M m \left( \frac{x}{b} \left( 3 - \frac{x}{L} \right) - \frac{a}{b} \left( 3 - \frac{a}{L} \right) \right) L \end{cases}$
	$\frac{1}{12} M m \left( L + b \left( 1 + \frac{b}{L} \right) \right)$
	$\frac{1}{12} M m \left( 5L - a \left( 1 + \frac{a}{L} \right) \right)$
	$\begin{cases} \frac{1}{3} M m \left( L + \frac{ab}{L} \right) \\ \text{si } a = b = \frac{L}{2}: \frac{5}{12} M m L \end{cases}$
	$\begin{cases} \text{pour } x \leq a: \frac{1}{6} M m \left( 3 - \frac{x^2}{ab} \right) L \\ \text{pour } x \geq a: \frac{1}{6} M m \left( \frac{3xy - a^2}{yb} \right) L \end{cases}$
	$\begin{cases} \text{pour } x \leq a: -\frac{1}{6} M m \left( L + b - 3 \frac{x^2}{a} \right) \\ \text{pour } x \geq a: \frac{1}{6} M m \left( L + a - 3 \frac{x^2}{b} \right) \end{cases}$

			
	$\frac{1}{3} M m \left( 1 + \frac{y}{L} \right) \frac{x^2}{L}$		$\frac{1}{12} M m \left( 2 + \left( 1 + \frac{y}{L} \right)^2 \right) L$
	$\frac{1}{6} M m L$		$\frac{1}{12} M m \left( \frac{x}{L} \right)^3 L$
	$\frac{7}{15} M m L$		$\frac{1}{3} M m L$
	$\frac{8}{15} M m L$		$\frac{1}{30} M m L$
	$\frac{2}{3} M m \left( 1 + \frac{xy}{L^2} \right) L$		$\frac{3}{10} M m L$
	$\frac{1}{3} M m \left( 1 + 3 \frac{xy}{L^2} \right) (x - y)$		$\frac{2}{15} M m L$

	
	$\frac{1}{3} (M_A m_A + 2 M_C (m_A + m_B) + M_B m_B) L$
	$\frac{1}{6} m \left( M_A \frac{x^2}{L} + 2 M_C \frac{L^2 + xy}{L} + M_B \frac{x^2}{L} \right)$
	$\frac{1}{60} m (9 M_A + 12 M_C - M_B) L$
	$\frac{1}{60} m (11 M_A + 28 M_C - M_B) L$
	$\frac{1}{15} m (M_A + 8 M_C + M_B) L$
	$\frac{1}{30} (4 M_A m_A - M_C m_B + 2 M_C m_C - M_B m_A +$ $+ 4 M_B m_B + 2 M_C m_C + 2 M_C m_A + 2 M_C m_B + 16 M_C m_C) L$

Système statique et tracé de câble	Moments secondaires	Moments résultant de la précontrainte
	$M_p^h = -\left(y_B + \frac{1}{2}y_A\right) \cdot P$	$M_{Ap} = y_A \cdot P$ $M_{Bp} = -\frac{1}{2}y_A \cdot P$
	$M_{Ap}^h = -y_A \cdot P$ $M_{Bp}^h = -y_B \cdot P$	
	$M_{Bp}^h = -f \cdot P$	$M_{Bp}^h = -f \cdot P$
	$M_p^h = -\frac{2}{3}f \cdot P$	$M_{Ap} = -\frac{2}{3}f \cdot P$ $M_{Bp} = -\frac{2}{3}f \cdot P$
	$M_{Bp}^h = -\left(f + y_B + \frac{1}{2}y_A\right) \cdot P$	$M_{Ap} = y_A \cdot P$ $M_{Bp} = -\left(f + \frac{1}{2}y_A\right) \cdot P$
	$M_{Ap}^h = -\left(\frac{2}{3}f + y_A\right) \cdot P$ $M_{Bp}^h = -\left(\frac{2}{3}f + y_B\right) \cdot P$	$M_{Ap} = \frac{2}{3}f \cdot P$ $M_{Bp} = -\frac{2}{3}f \cdot P$



# 8 EFFORTS LOCAUX DUS A LA PRECONTRAINT

## 8.1 Résistance des zones d'ancrage

### 8.1.1 Résistance des ancrages

Dans le cas de la précontrainte par post-tension, les forces d'ancrage sont transmises au béton par des dispositifs d'ancrage dont la résistance statique est au moins égale à celle des câbles. La résistance à la fatigue est sensiblement inférieure à celle des câbles. Par conséquent, il faut éviter de placer des ancrages ou des coupleurs dans les zones ou les moments de flexion varient fortement sous l'action de surcharges dynamiques.

### 8.1.2 Efforts et contraintes dans les zones d'ancrage

La force d'ancrage s'applique sur le béton sous la forme d'une forte pression ( $20 \text{ N/mm}^2$ ) répartie sur une petite surface. En s'éloignant de l'ancrage, les pressions se répartissent sur une surface de plus en plus grande (principe de St Venant) Fig. 8.1.

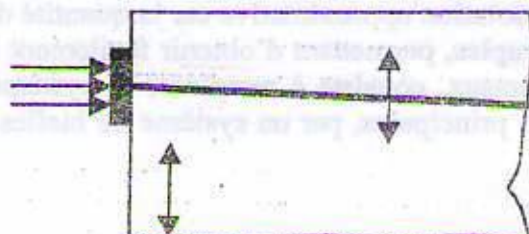


Fig. 8.1 Contraintes et trajectoires dans la zone d'ancrage

Pour tenir compte de cette distribution, on peut admettre que l'angle de diffusion de la force d'ancrage est de  $30^\circ$  de part et d'autre de l'axe du câble. La diffusion de l'effort a lieu dans toutes les directions.

Lorsque la section n'est pas massive (poutre en T par exemple), les forces d'ancrages appliquées à certains éléments de la section sont transmises en partie aux autres éléments, ce qui donne naissance à des efforts rasants dans les jonctions longitudinales entre éléments (Fig. 8.2).

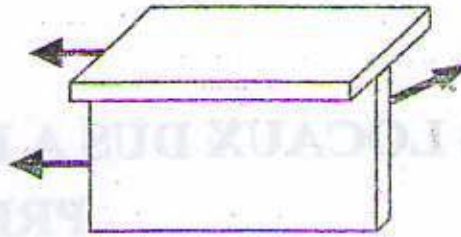


Fig. 8.2 Transmission de la précontrainte dans une section en I

Il est fréquent que les forces de précontrainte soient introduites au voisinage d'un appui. Les contraintes introduites correspondent à la combinaison des deux pressions (ancrage et appui) Fig.8.3.

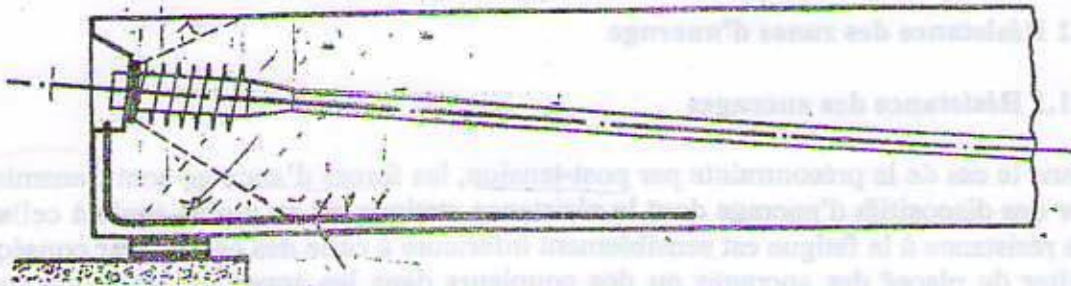


Fig. 8.3 Transmission de la précontrainte dans une section en T

### 8.1.3 Dimensionnement de l'armature

Toutes les tractions introduites au voisinage de l'ancrage doivent être reprises par des armatures adéquates. La détermination des sollicitations dans cette zone est un problème de contraintes à trois dimensions qui a fait l'objet de plusieurs études théoriques et expérimentales.

Dans la pratique, on peut se contenter d'une solution approximative car la quantité d'armature concernée est faible. L'une des méthodes simples, permettant d'obtenir facilement l'intensité et la position des efforts de traction transversaux, consiste à remplacer le système continu, représenté par les trajectoires des contraintes principales, par un système de bielles (analogie du treillis) Fig. 8.4.

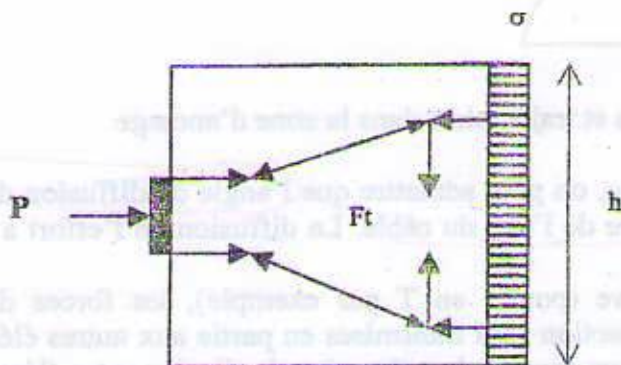


Fig. 8.4 Schéma des forces dans le cas d'un ancrage centré



En exprimant l'équilibre des bielles, on trouve la valeur de la force de traction transversale :

$$F_t = \frac{1}{4} \cdot P \cdot \frac{h - h_0}{h} \quad (8.1)$$

## 8.2 Forces de déviation

Les câbles de précontrainte sont rarement rectilignes, et la courbure de leur trajectoire donne naissance à des forces radiales, dites forces de déviation. Ces forces ne posent pas de problème particulier tant que les câbles se trouvent suffisamment à l'intérieur du béton, celui-ci étant capable de supporter les tractions.

En revanche, lorsqu'un câble avoisine la surface du béton et présente une concavité vers l'extérieur, les forces de déviation doivent être reprises par une armature supplémentaire, pour prévenir un arrachement du béton. L'armature doit reprendre la force totale (Fig. 8.4):

$$U = P \cdot \alpha \quad (8.2)$$

où

U est la force de déviation, P la tension dans le câble et  $\alpha$  l'angle de déviation en radians.

On répartit l'armature, constituée d'étriers convenablement ancrés, le long de la partie courbe du câble.

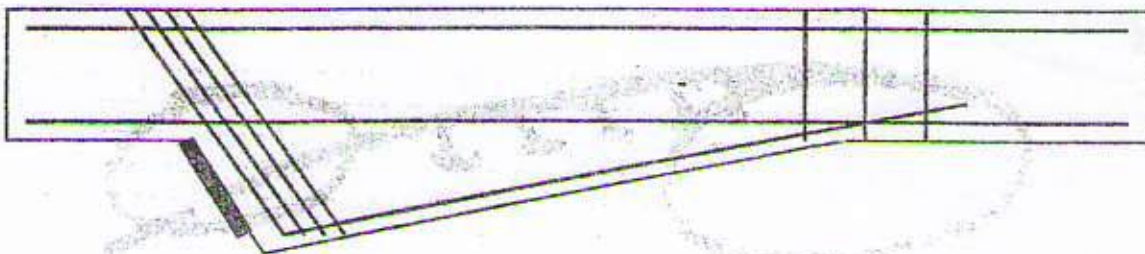


Fig. 8.4 Armature résistant aux forces de déviation d'un câble de précontrainte