



PRE-UNI

ÁLGEBRA

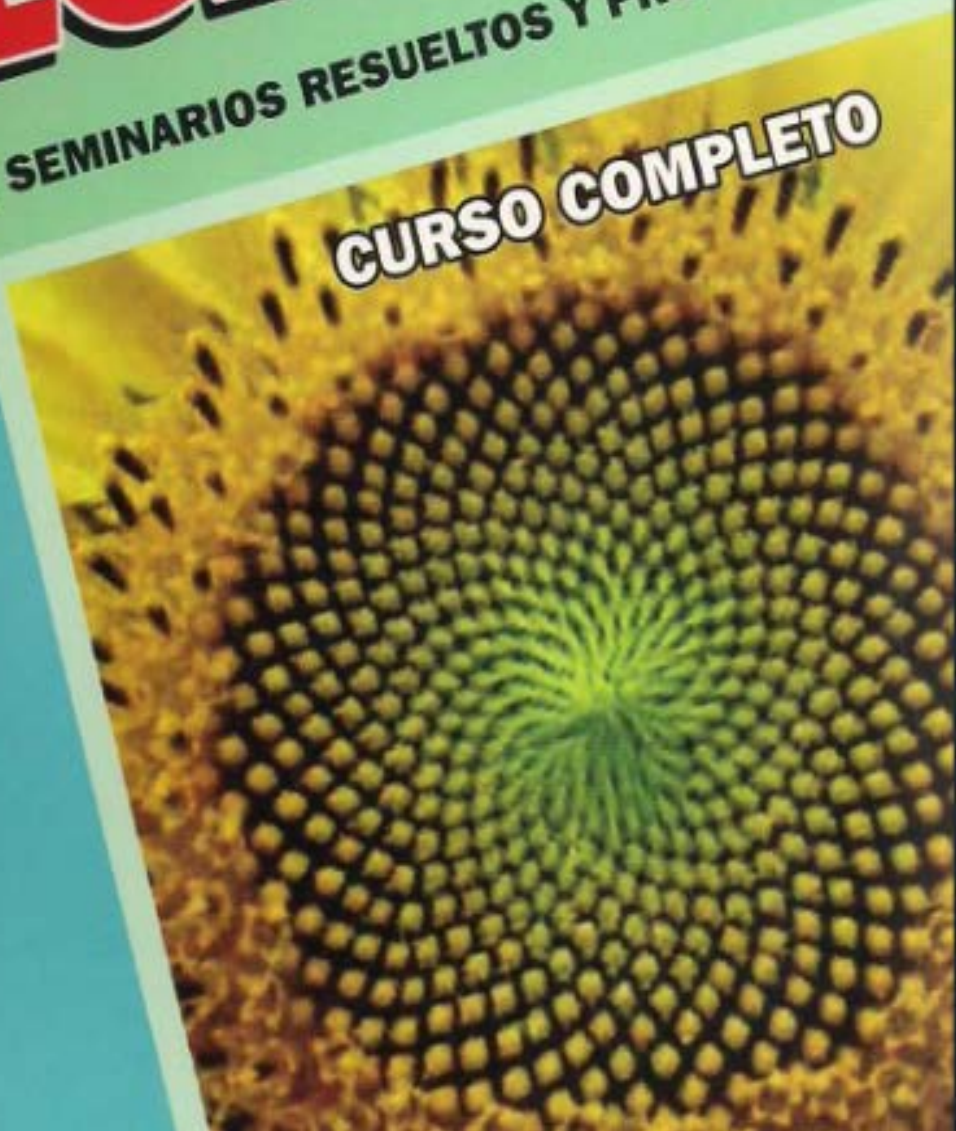
RECOPILACIÓN DE SEMINARIOS RESUELTOS Y PROPUESTOS

CURSO COMPLETO

TIPO
ADMISIÓN

Editorial
CUZCAN

Aportando en la Difusión de la Ciencia y la Cultura



24 Si $A = \{1, \{1, \phi\}\}$, decir el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

- $P(A)$ tiene 4 elementos.
- $\{\phi\} \in P(A)$
- $\phi \in P(P(A))$

A) VVV B) VVF C) VFV
D) FVV E) FFV

25 Dado el siguiente conjunto

$A = \{P(\{a\}), P(\phi)\}$, indique la veracidad (V) o la falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- $[\phi \in P(A) \wedge \phi \in P(P(A))] \rightarrow \{\{\phi\}\} \subset P(A)$
 - $P(\phi) \subset P(A) \rightarrow \{\phi, \{a\}\} \in P(A)$
 - $P(A) \cap P(\{a\}) = \phi \leftrightarrow \{\phi\} \cap P(A) = \phi$
- Nota: $P(A)$ Conjunto Potencial

A) FVF B) FFV C) FFF
D) VFF E) VFV

26 Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- $\{\{\phi\}\} \in P(P(\phi))$
- Si $A \cap B = A \cap C$, entonces $B = C$.
- Si $A \cap B = A$ y $A \cup B = B$ entonces $A = B$.

A) FVV B) VFF C) FFV
D) VVV E) FFF

27 Si $A = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}, \{2\}, 4\}$
 $B = \phi$

$D = \{\{b, a\}, \{a, b\}, \phi\}$

Indique el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

- $P(B) \in P(D)$
- $n(P(A \cap D)) \in A$
- $(D \setminus A) \subset P(A)$

A) VVV B) VFF C) VVF
D) VFV E) FFF

28 Si A, B y C son subconjuntos de un conjunto U, determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

- $(A \setminus B) \cap (A \setminus C) = A \setminus (B \cup C)$
- $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$
- Si $A \cup B \subset [B^C \setminus (A \setminus B)]$ entonces $A \cup B = \phi$

A) VFV B) FVF C) VFF
D) VVV E) VVF

29 Sean A, B y C tres conjuntos no vacíos tales que $A \subset B^C$ y $B \subset C$, simplifique

$$[(A \cup B) \cap B^C] \cap [(B^C \cup C^C) \cap A]^C$$

A) ϕ B) A C) B
D) A^C E) B^C

30 Sean $A = \{\phi\}$ y $B = \{\phi, A\}$ donde ϕ es el conjunto vacío. Indique si la afirmación es verdadera (V) o falsa (F) según corresponda:

- $P(A) \cap P(B) = \{\phi\}$
- $P(\phi) \in P(B)$
- $P(\phi) \subset P(A) \subset P(B)$

A) VVV B) FVV C) VVF
D) VFF E) FFF

31 Si $A \subset B$ y $A \cap C^C = A$, reduzca

$$E = [(A \setminus B) \cup (A \cap B)] \cap [(C \setminus A) \cup (A \cap C^C)]$$

A) ϕ B) A C) B
D) C E) $A \cup C$

32 Considere el conjunto

$$A = \left\{x \in \mathbb{Q} / x = \frac{2}{1+2t}, t \in \mathbb{N}, x > \frac{1}{10}\right\}$$

determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

- El $n(A) \in \{6, 7, 8\}$
- $\left\{\frac{2}{13}\right\} \subset A$
- Hay dos elementos de A que pertenecen a $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right\}$

A) VVV B) FVF C) FVV
D) VVF E) VFV

33 Dado los conjuntos

$$U = \{x \in \mathbb{Z} / 1 \leq x \leq 10\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$B = \{5, 3, 2, 8\}$$

$$C = \{(x-2) \in U / x \in A \leftrightarrow x \in B\}$$

Halle $n(C)$

A) 5 B) 7 C) 6
D) 8 E) 9

34 Dados los conjuntos $A = \{1, 2\}$

$$B = \{\phi, \{1\}\} \quad C = \phi$$

determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

- $\{2\} \subset P(A)$
- $P(A) \cap B \cap C \neq \phi$
- $P(C) \in P(B)$

A) VFV B) FFV C) VVV
D) FVF E) FVV

35 Sean A, B y M conjuntos incluidos en el conjunto universal U tal que satisface la condición:

$$(M \cup A)^C \cup (A^C \cup M)^C = B$$

entonces $(B \cup M)^C$ es igual a

A) U B) $A \Delta B$ C) $B \setminus A$
D) $A \cap B$ E) ϕ

36 Dados tres conjuntos M, N y P de un conjunto universal U. Si se tiene que $x \in (N \setminus M) \cup P^C$, indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

$$p: x \in N \wedge x \in M \wedge x \in P$$

$$q: x \in P$$

$$r: x \in P \setminus N$$

A) VVV B) VVF C) FVV
D) FVF E) FFF

37 Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- $(A \setminus B)^C \cup A = A \cup B$
- $A^C \subset (A \cup B) \rightarrow B^C \subset A$
- Si $A = \{\phi, \{\phi\}\}$ entonces $\{\phi\} \subset P(A)$

A) VFV B) FVV C) VVF
D) FVF E) VVV

38 Sean A, B y C conjuntos y $A \cap C = \phi$, entonces el conjunto $\{[(B \cup C) \cap A] \cup C^C\} \cap A^C$ es igual a

A) $B \cap C^C$ B) $A^C \cap C$
C) $(A \cup C)^C$ D) $A \setminus B$
E) B

39 Sean M y N subconjuntos de un conjunto universal U, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I. $M \subset N \leftrightarrow M^c \subset N^c$
 II. $(M \cup N) - (M \cap N) = (M - N) \cup (N - M)$
 III. $(M \cap M^c) \cup M = M$

A) FVV B) FFV C) VFV
 D) VVV E) FFF

40 Sean los conjuntos

$$M = \left\{ \frac{2t-1}{3} \in \mathbb{Z} / 2 \leq t \leq 10 \right\}$$

$$N = \left\{ \frac{3t-1}{2} \in \mathbb{Z} / 1 \leq t \leq 12 \right\}$$

Halle $n(M \Delta N)$

A) 2 B) 3 C) 4
 D) 5 E) 6

41 Dado las proposiciones, indique el valor de verdad de las siguientes:

I. Si $A \cap B^c = \emptyset$, entonces $A \setminus B = A$

II. Si $C = (A \setminus B) \cap B$, entonces

$$[(B \setminus A) \cup C] \cup A = A \cup B$$

III. Si $A = \{x \in \mathbb{Z} / x^2 - 2 = 0\}$ y

$$B = \{x \in \mathbb{R} / x \neq x\}, \text{ entonces}$$

$$A^c \setminus B = U$$

A) FFV B) VFV C) VVV
 D) FVV E) FVF

42 Sean A y B conjuntos contenidos en el conjunto universal U,

$$\text{simplifique } [(A - B)^c \cap (A^c \cap B)] \cup A$$

A) $A \cup B^c$ B) $A - B$ C) $A \cup B$
 D) $B - A$ E) $A \cup A^c$

43 Indique el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

$$I. (A \setminus B)^c = A \cup B$$

II. Si $A^c \subset (A \cup B)$, entonces

$$B^c \subset A$$

$$III. (A \cap B) \setminus B = \{\emptyset\}$$

A) FVF B) FFF C) VFF
 D) VVV E) VFV

44 Si $A \cap B \subset C$ además

$$n(A \cap B \cap C) = 10;$$

$$n((A \Delta B) \cap C) = 10;$$

$$n((A \setminus B) \cap C) = 5 \text{ y } n(A \cup B \cup C) = 31$$

Determine

$$E = n(C \setminus (A \cup B)) + n(A \setminus (B \cup C)) +$$

$$n(B \setminus (A \cup C))$$

A) 8 B) 9 C) 10
 D) 11 E) 12

45 Hay 65 banderas que tienen por lo menos 2 colores, 25 tienen rojo y azul, 15 rojo y blanco, 35 blanco y azul, ¿cuántos tienen los 3 colores mencionados?

A) 5 B) 6 C) 7
 D) 8 E) 9

46 Si $A \subset B$, son dos conjuntos diferentes del vacío, cuyos cardinales son números que se diferencian en tres; además la diferencia de los cardinales de sus conjuntos potenciales es 112. Indique el número de elementos que posee la intersección de dichos conjuntos.

A) 2 B) 4 C) 7
 D) 8 E) 16

47 De un grupo de 90 personas se conoce lo siguiente:

8 hombres tienen 29 años, 22

hombres no tienen 31 años, 34

hombres no tienen 29 años y 26

70 Sean $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$ y

$$B = \{x \in A / x < 5 \leftrightarrow x \geq 7\}$$

Indique el valor de verdad de:

$$I. \forall x \in A \rightarrow B \cap x = \emptyset$$

$$II. \exists x \in A \text{ y } y \in B / x \cap y = \emptyset$$

$$III. \exists D \subset A / B \cup D = A$$

A) VVV B) VVF C) VFV

D) FVV E) FFV

71 Para la siguiente proposición: "para todo número racional existe un número entero n tal que $n \leq r < n+1$ ". Su negación es:

$$A) \exists r \in \mathbb{Q} / \forall n \in \mathbb{Z}; n \geq r > n+1$$

$$B) \exists r \in \mathbb{Q} / \exists n \in \mathbb{Z}; n \leq r < n+1$$

$$C) \exists r \in \mathbb{Q} / \forall n \in \mathbb{Z}; (n > r) \vee (n+1 \leq r)$$

$$D) \exists r \in \mathbb{Q} / \forall n \in \mathbb{Z}; n < r \leq n+1$$

$$E) \exists r \in \mathbb{Q} / \exists n \in \mathbb{Z}; (n > r) \vee (n+1 \leq r)$$

72 Dado: $A = \{1, 2, 3, 4\}$; determine el valor de verdad de:

$$I. \exists x \in A / 2x - 1 = 7$$

$$II. \forall x \in A: \sqrt{x} > 1$$

$$III. \forall x \in A: 2x + 3 < 9$$

A) VVV B) VFF C) VVF

D) FVV E) FFF

73 El conjunto solución de la ecuación

$$\frac{(1+r)(x-r-1)}{1-r} + \frac{(1-r)(x-1+r)}{1+r} = x$$

donde $r \neq \pm 1$ es $S = \{a\}$ luego podemos afirmar que

A) $S \subset \{-1, 0, 1\}$ B) $a \in \{-1, 0\}$
 C) $a \in (0, 2)$ D) $S \cap \mathbb{Z} \neq \emptyset$
 E) $a \in \{2, 3\}$

74 Determine el conjunto por extensión

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x-a-b}{c} + \frac{x-a-c}{b} + \frac{x-b-c}{a} = 3 \right\}$$

A) $\{a\}$ B) $\{b\}$ C) $\{c\}$

D) $\{a+b\}$ E) $\{a+b+c\}$

75 Resolver la ecuación

$$\frac{x-a}{x-a-1} - \frac{x-a-1}{x-a-2} = \frac{x-b}{x-b-1} - \frac{x-b-1}{x-b-2}$$

si $a \neq b$

$$A) \frac{a+b-3}{2} \quad B) \frac{a+b+3}{2}$$

$$C) \frac{a-b+3}{2} \quad D) \frac{a-b-3}{2}$$

$$E) \frac{a+b}{2}$$

76 Determine x si

$$\frac{x-a^2}{x-a^2-1} - \frac{x-a^2-1}{x-a^2-2} = \frac{x-b^2}{x-b^2-1} - \frac{x-b^2-1}{x-b^2-2}$$

$$a \neq b, x \neq a^2+1, x \neq a^2+2, x \neq b^2+1, x \neq b^2+2$$

$$A) \frac{1}{2}(a^2+b^2+1) \quad B) \frac{1}{2}(a^2+b^2+2)$$

$$C) \frac{1}{2}(a^2+b^2+3) \quad D) \frac{1}{2}(a^2+b^2+4)$$

$$E) \frac{1}{2}(a^2+b^2+5)$$

77 Determine el conjunto solución de

$$ax^{n^2+6n+7} + bx^{n^2-8n+8} + cx^{n^2+6n+9} =$$

$$a+b+c; a \neq 0$$

tal que: C-

$$c = n_2 + \sqrt{2} - 1 = n_2^2 - b + 6\sqrt{2}$$

$$n_1 = -3 - \sqrt{2} \text{ es una raíz de } 1,50n^2 + 9n + 10,50 = 0$$

- A) $\left\{1 - \frac{11}{2}\right\}$ B) $\left\{2 - \frac{11}{2}\right\}$
 C) $\left\{3 - \frac{11}{3}\right\}$ D) $\left\{1 - \frac{11}{4-2\sqrt{2}}\right\}$
 E) $\left\{5 - \frac{11}{5}\right\}$

78 Determine x en

$$\frac{(2x-1)^3(x+1)^4(4-x^2)^6}{(x^2+x+3)^2 \cdot (x-2)^5} \leq 0$$

- A) $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$
 B) $\left[\frac{1}{2}; 2\right] \cup \{-1; -2\}$
 C) $\{0; 2\} \cup \{-1; -2\}$
 D) $\{1; 2\} \cup \{-1; -2\}$
 E) $\{-1; 2\}$

79 Resolver $\frac{3x}{x^2-1} - \frac{1}{x^2-x} < \frac{2x^2+1}{x^3-x}$

- A) $(0, \infty)$
 B) $((-\infty, 0) \cup \{1\}) - \{1\}$
 C) $(-\infty, -1) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$
 D) $\{1; 2\} \cup (2, \infty)$
 E) $(-10) \cup \{1; 2\}$

80 Determine x, si

$$\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} < 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right);$$

$a, b, c > 0$

- A) $(0, \infty)$
 B) $(-\infty, ab+ac+bc)$
 C) $(-\infty, abc)$
 D) $(-\infty, a+b+c)$
 E) (abc, ∞)

81 Resolver

$$(x-7)(x-5)(x-3)(x-9) < 9 \text{ y de cómo respuesta el número de enteros que lo verifican.}$$

- A) 2 B) 3 C) 4
 D) 5 E) 6

82 T es un conjunto solución de

$$\frac{(x^2+x+5)(x^2+2x+6)(x-2)^{31}}{(x-2)(x^2-9)} \geq 0,$$

se afirma que

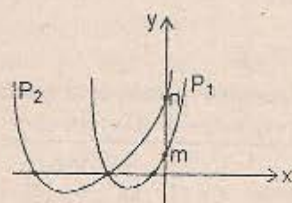
- A) $T \cap [-2, 2] = [0, 2]$
 B) $T \subset (-10, 20)$
 C) $(-3, 2) \subset T$
 D) $T \supset [4, 6]$
 E) $T^c = [-3, 0]$

83 Las gráficas de

$$P_1: x^2 + x + m = 0$$

$$P_2: x^2 + 2x + n = 0$$

es



Determine el valor de

$$K = 15 \frac{(n-2m)}{(m-n)^2} + 4 \frac{(m-n)^2}{n-2m}$$

84 Si $c \in \mathbb{R}$ y la ecuación en x se reduce a una bicuadrada:

$$\frac{(x^3+c^2x)(x^3-c^2x)}{(x^3+c^3)(x^3-c^3)} = \frac{20}{21} \text{ cuyas}$$

raíces son $x_i; i=1,2,3,4$.

$$\text{Calcule } M = \frac{4}{i-1} x_i; \forall i \neq j$$

$$\sum_{i=1}^4 x_i x_j$$

- A) $-20C^2$ B) $20C^2$ C) $-20C^4$
 D) $-C^2$ E) 1

92 La ecuación:

$$(a+b-c)(a-b)x^4 + (b+c-a)(b-c)x^2 +$$

$(c+a-b)(c-a) = 0$, admite por raíces: $x_1 = 1, x_2 = i$. Halle un valor de:

$$E = \frac{(a+2b)(b+2c)(c+2a)}{(a+b+c)(ab+bc+ca)}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
 D) 4 E) 5

93 De las proposiciones que a continuación se dan indique sus respectivos valores de verdad sobre la ecuación:

$$x^6 - 4x^5 + x^4 - x^2 + 4x - 1 = 0$$

- I. El número de raíces enteras es 2.
 II. El número de raíces racionales es 4.
 III. El número de raíces irracionales es 2.

- A) VVF B) FVV C) VFV
 D) VVV E) VVF

94 Al resolver la ecuación $x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 2x + 1 = 0$, se puede afirmar que la suma de las raíces reales negativas, es

- A) -6 B) -5 C) -4
 D) -3 E) -2

95 Si una ecuación recíproca de cuarto grado tiene como raíces $x_1 = \frac{1}{3}$ y

$x_2 = \frac{1}{2}$, determine la suma de los coeficientes de dicha ecuación, siendo el coeficiente independiente 6.

- A) 2 B) 3 C) 4
 D) 5 E) 6

96 Indique la suma de los cuadrados de las soluciones de la ecuación

$$2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0$$

- A) $\frac{25}{4}$ B) $\frac{23}{4}$ C) $\frac{21}{4}$
 D) $\frac{19}{4}$ E) $\frac{17}{4}$

97 Resolver la inecuación

$$\frac{5x-1}{4} - \frac{3x-13}{10} < \frac{5x+1}{3}$$

- A) $\{0; \infty\}$ B) $\{1; \infty\}$ C) $\{-1; \infty\}$
 D) $\{-\infty; 0\}$ E) \mathbb{R}

98 Sean los conjuntos

$$A = \left\{x \in \mathbb{R}^+ / \frac{2}{x+1} < 3\right\}; \mathbb{R}^+ \text{ números reales positivos}$$

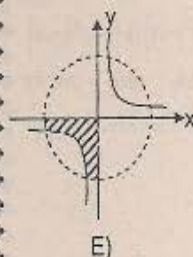
$$B = \left\{x \in \mathbb{R}_0^+ / 25 > x^2\right\}; \mathbb{R}_0^+ \text{ números reales no negativos.}$$

106 Sea S el conjunto solución de la inecuación

$$\frac{(x+2)^2(3x-1)^{101}(x+2)^{22}}{(x-6)^5(x+1)^{400}} \geq 0$$

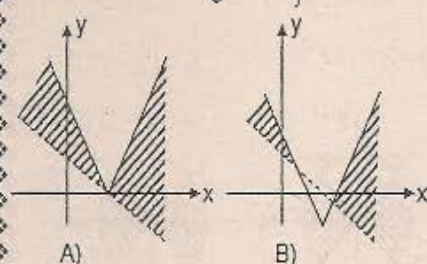
calcule $n(S^c \cap \mathbb{Z}^+)$ donde $n(A)$ representa el número de elementos del conjunto A.

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7



109 Representar gráficamente la siguiente región

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 2x + 3y > 6 \wedge 2 - x \leq y - \frac{2}{3} \leq x - 2\}$$



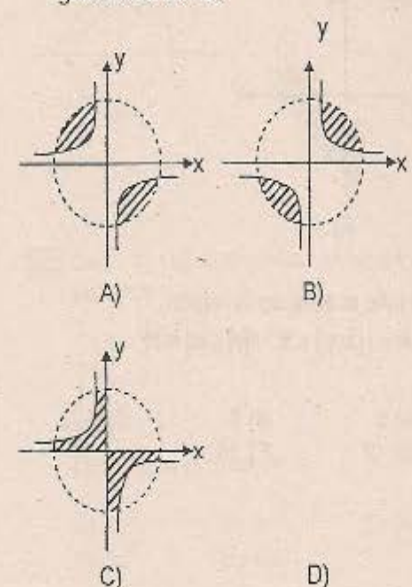
107 Sea S el conjunto solución de la inecuación

$$\frac{(x^2 - 2x + 3)(x-1)^5(x-2)^{11}(x+1)^7(x+3)}{(x-2)^7(x-5)^{13}(x^2+1)} \leq 0$$

Halle el cardinal del conjunto $S \cap \mathbb{Z}$.

- A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

108 Si $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 < 3\}$ y $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / xy < 1\}$, determine la gráfica de $A \cap B$.



120 Si A es el conjunto solución de

$$|x^2 - 3x + 2| - x^2 + 2x - 10 \leq 2\sqrt{-x}$$

Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

- I. $A \cap [4; 10] = \emptyset$
II. $A \cup [-16; 0] = A$
III. $A^c \cap [-1; 2] = [-1; 2]$

- A) VVV B) VFF C) FVV
D) VFV E) FFF

130 Resolver la siguiente inecuación:

$$\frac{|x-2|-2|-2|+1}{|2x-4|-4|+2} < 0,5$$

De cómo respuesta uno de los intervalos del conjunto solución

- A) $(-\infty, -\frac{3}{2})$ B) $(3, 5)$
C) $(\frac{5}{2}, +\infty)$ D) $(-1, 1)$
E) $(1, 3)$

131 Determine el conjunto solución de la

$$\text{siguiente inecuación: } \frac{2x-1|-x}{x-5} < 2$$

- A) $(-\infty; 5) \cup (8; +\infty)$
B) $(-\infty; 4) \cup (8; +\infty)$
C) $(-5; 6)$
D) $(-5; 7)$
E) $(-3; 4)$

132 Si al resolver la siguiente inecuación

$$\sqrt{4\sqrt{x}+3}+1 < \sqrt{3-x}$$

se obtiene como conjunto solución $[-a, -b)$

Halle $E = a^b$.

- A) 1 B) 8 C) 9
D) 25 E) 32

133 Si S es el conjunto solución de

$$\sqrt{2-|x|} + \sqrt{7} \geq (x-5)(x^2+1)$$

Halle el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

- I. $S - [-1; 3] \neq \emptyset$
II. $S \cap (-5; 5) \subset (-3; 3)$
III. $\{1; 2; 3\} \subset S$

- A) VVF B) FFF C) VVV
D) FFV E) FVV

134 Si $[a; b] \cup \{c\}$ es el conjunto solución

$$\text{de } \frac{\sqrt[4]{-2x-3x^2}(x-3)^4(2x-2)}{(x-1)^5\sqrt[3]{x^3+2x}\sqrt{-x}} \leq 0$$

el valor de $T = 3a + b + c$, es

- A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) 3

135 Si

$$f(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

$$g(x) = \frac{-1}{x-1}$$

Halle el dominio de $h = \frac{1}{f+g}$

- A) $\mathbb{R} - \{1\}$ B) \mathbb{R}
C) $\mathbb{R} - \{-1\}$ D) $\mathbb{R} - \{1, -1\}$
E) $[-1; 1]$

136 Determine el conjunto por extensión

$$A = \{x \in \mathbb{R} / \sqrt{x^2 - x - 2} - 1 > -x\}$$

- A) $(-\infty; 1]$ B) $(-\infty; 1)$ C) $(-\infty; 2]$
D) $[2; \infty)$ E) $[1; \infty)$

156 Si f es una función definida por
 $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$, entonces la
 función $(f \circ f)(x)$ es

- A) $\begin{cases} 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$
 B) $\begin{cases} 1 & \text{si } x < 1 \\ x^4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$
 C) $x^4, x \in (-\infty, 1)$
 D) $x^4, x \in (1, \infty)$
 E) $x^4, x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

157 Si
 $f(x) = x^2 + 1, x \in [4; 6]$
 $g(x) = \sqrt{2x+1}, x \in [-\frac{1}{2}; 15]$

Halle $\text{Dom}(f \circ g)$

- A) $[\frac{15}{2}; 15]$ B) $[5; 10]$
 C) $[\frac{5}{2}; 10]$ D) $[\frac{15}{2}; 10]$
 E) $[6; 15]$

158 Si $(f \circ f \circ f)(x) = 8x + 21$, f una función
 afín, determine $f(x-1)$

- A) $2x+1$ B) $2x$ C) $2x-1$
 D) $2x-2$ E) $2x-3$

159 Dadas las funciones:
 $f(x) = 4|x| - x^2, x \in (-8; 1)$
 $g(x) = \sqrt{1-x}, x \in (-4; 0)$
 El rango de $g \circ f$ es

- A) $\langle -1; 2 \rangle$ B) $\langle -3; 5 \rangle$ C) $\langle 2; 3 \rangle$
 D) $\langle 1; \sqrt{5} \rangle$ E) $\langle -2; 6 \rangle$

160 Dadas las funciones:

$$f(x) = ax + 2$$

$$g(x) = x - b, ab \neq 0$$

Determine el valor de a y b para que
 se cumpla que: $f \circ g = g \circ f$

- A) -2 y 2 B) -1 y 1
 C) 0 y $b \in \mathbb{R}$ D) 1 y $b \in \mathbb{R} - \{0\}$
 E) 2 y $b \in \langle -1; 0 \rangle$

161 Sea:

$$f(x) = \begin{cases} 4\sqrt{\frac{x+5}{5}}, & x \in [-5; 0) \\ \frac{8}{x} + k, & x \in (1; 5] \\ -\sqrt{-x^2 + 16x - 55}, & x \in (5; 8) \end{cases}$$

donde $k \in \mathbb{R}^+$. Determine el menor
 valor de k para que la función $f(x)$ sea
 inyectiva.

- A) $\frac{12}{5}$ B) 4 C) 3
 D) 2 E) $\frac{7}{5}$

162 Sea $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{B}$, una función
 sobreyectiva definida por
 $f(x) = \frac{|x|-1}{x+1}$. Halle el número de
 enteros que contiene \mathbb{B} .

- A) 1 B) 2 C) 3
 D) 4 E) 5

163 La función afín f , verifica las
 condiciones:

$$f'(2) = 3, f(-2) = f'(f(8)) + 2f(3)$$

Determine $f'(0)$

- A) 2 B) 4 C) 6
 D) 8 E) 10

164 Sea f la función definida por

$$f(x) = \frac{3x-1}{x-1}, \forall x > 1$$

Determine la inversa de esta función:

$$f^*(x) = \frac{x-1}{3x-1}, x > \frac{1}{3}$$

$$f^*(x) = \frac{x+1}{3x+1}, x < -\frac{1}{3}$$

$$f^*(x) = \frac{x+1}{3x+1}, x > -3$$

$$f^*(x) = \frac{x-1}{x+3}, x < -3$$

$$f^*(x) = \frac{x-1}{x-3}, x > 3$$

165 Sea f una función, definida mediante
 la regla de correspondencia

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \in [-3; -1) \\ 2x - 1, & x \in [6; 8) \end{cases}$$

Halle $f'(5) + f'(13)$

- A) -10 B) -8 C) 4
 D) 5 E) 9

166 Considere la función

$$f(x) = (|x-3| + x + 1)\sqrt{2-x}$$

determine $f'(x)$, indicando su
 dominio.

$$f'(x) = 2 - \frac{x}{16}, x \in [0; +\infty)$$

$$f'(x) = 2 - \frac{x^2}{16}, x \in [0; +\infty)$$

$$f'(x) = \frac{x^2}{16}, x \in [2; +\infty)$$

$$f'(x) = 4\sqrt{2-x}, x \in (-\infty; 2]$$

$$f'(x) = 4 - \frac{x^2}{2}, x \in [0; +\infty)$$

167 Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ determine el valor de
 verdad de

- I. f impar y creciente $\rightarrow \exists f^*$ y f^* es
 impar y creciente.
 II. f decreciente $\rightarrow \exists f^*$
 III. $\exists f^* \rightarrow (f^*)^* = f$
 IV. Si $f(x) = \sqrt{-x}, x < 0$, entonces
 $f'(x) = -x^2, x > 0$

- A) VVVV B) VVFF C) VFFV
 D) FFVV E) FVVF

168 Si $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}, x \geq 0$, determine
 la función f^* .

$$A) f^*(x) = \frac{x^2 + 1}{2x} \quad B) f^*(x) = \frac{x^2 + 1}{4x}$$

$$C) f^*(x) = \frac{x^2 - 1}{2x} \quad D) f^*(x) = \frac{x^2 - 1}{4x}$$

$$E) f^*(x) = \frac{x^2 - 1}{3x}$$

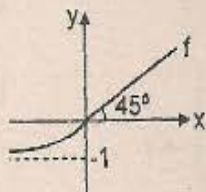
169 Halle el valor de verdad de las
 siguientes afirmaciones:

- I. Si f es creciente, entonces $-f(-x)$
 es decreciente.
 II. Si $f^*(x)$ es decreciente, entonces
 $f(-x)$ es creciente.

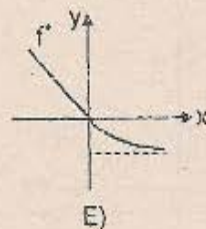
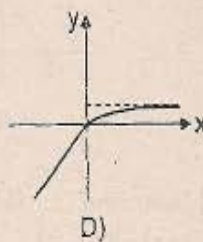
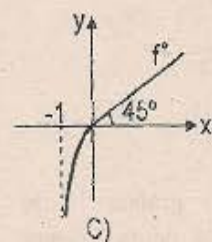
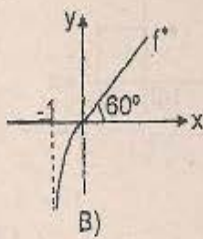
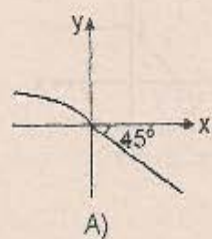
III. Si $f(-x)+I(x)$ es creciente, entonces f es creciente.

- A) VVV B) VVF C) FVV
D) FVF E) FFF

100 Si f es biyectiva descrita por la figura adjunta



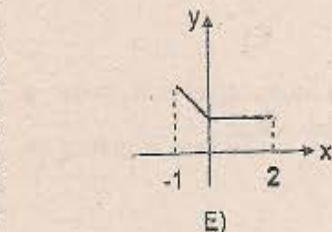
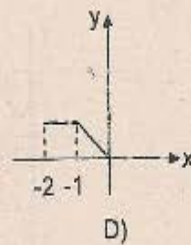
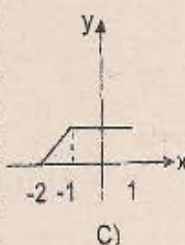
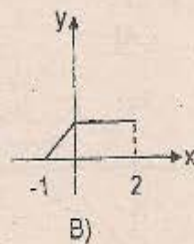
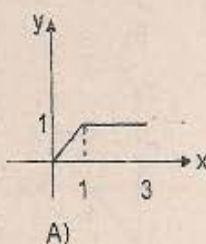
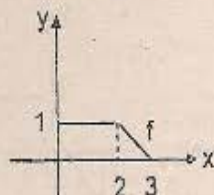
La figura que mejor representa a la función inversa f^{-1} es:



101 Si $f(x) = \frac{1}{3x^2 - 3x + 2}$; determine el menor valor de k tal que $|f(x)| \leq k; \forall x \in \text{Dom}(f)$

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$
D) $\frac{4}{5}$ E) 1

102 Graficar $g(x) = f(1-x)$, si la gráfica de f es la figura adjunta:



240 Si $P(x,y)$ es un polinomio homogéneo de 4^{to} grado y $P(2,-1)$ es 2, calcule $P(-6,3)$

- A) 6 B) -6 C) 54
D) -54 E) 162

241 Halle el grado de homogeneidad del polinomio

$P(x,y) = 3x^{a+b}y^b + 2x^{a+b}y^{b+4}$, si la diferencia del grado relativo de y con el grado relativo de x es igual a 2.

- A) 24 B) 26 C) 18
D) 20 E) 22

242 Si $P(x,y)$ verifica:

$P(\mu^{2/3}x, \mu^{1/3}y) = \mu^{16}P(x,y)$; es completo y uno de sus términos es:

$T = (x^{2n-3})^n (y^{n-3})^{n-3}$. Determine el valor de verdad de los enunciados siguientes:

- I. La suma de los grados de todos sus términos es 600.
II. $GA(P) = 24$.
III. $GA(Tx) = 20$

- A) VVV B) VVF C) VFV
D) VFF E) FFF

243 Sea $P(x,y)$ un polinomio homogéneo de grado 2, determine la tabla de verdad de:

- I. $Q(x,y) = P(x+y, x-y)$ es homogéneo.
II. $H(x,y) = x^2 + y^2 + P(x,y)$ es homogéneo.
III. $M(x,y) = P(x,0) + P(0,y)$ es homogéneo.

- A) VFF B) FFV C) VFV
D) VVF E) VVV

244 Si $(ay-b)c + (a+1+y)b + aby = (b+c)ay + (y-2)b$ con $b \neq 0$, entonces

- A) $a+b=3$ B) $c-a=3$
C) $a-c=3$ D) $a-b=-3$
E) $c-b=-3$

245 Si A, B, C y D son polinomios tales que:

$A(x) = ax^2 + cx - m$
 $B(x) = bx^2 - dx - n$
 $C(x) = 2A(x) + 3B(x)$
 $D(x) = 3A(x) - 2B(x)$
 $C(x)$ y $D(x)$ son iguales.

Determine el valor de verdad de las proposiciones siguientes:

- I. $A(x) + B(x) = 6bx^2 - 6dx - 6n$
II. $A(x) - B(x) = 4bx^2 - 4dx - 4n$
III. Si $u = \frac{m-n}{m+n} + \frac{c+d}{c-d} + \frac{a-b}{a+b}$ entonces $u=2$

- A) VVV B) VVF C) VFF
D) FVV E) FFF

246 Si P es un polinomio definido por

$p(x) = 3x^{\frac{n}{2}} - 4x^{n-2} + 7x^{12-n} + 2x^{\frac{n}{3}}$,

entonces el número de valores enteros que admite "n" es

- A) 8 B) 6 C) 5
D) 3 E) 2

247 Sean los polinomios

$F(x,y,z) = x^{\frac{a+b-3c}{6}} + y^{\frac{a-3b+c}{6}} + z^{\frac{-3a+b+c}{6}}$

$G(x,y,z) = x^{\frac{a+b}{6}} + y^{\frac{b+c}{6}} + z^{\frac{a+c}{6}}$; $30 < a+b+c < 316$

$F(x,y,z)$ posee grado de homogeneidad.

Calcule $Gr_x(F) + Gr_y(G)$

- A) 43 B) 45 C) 47
D) 49 E) 51

243 Sea

$P(x, y) = x^{a+2} y^b - 5b x^b y^{a+3} + x^a y^{b+1}$
un polinomio completo y ordenado en forma descendente con respecto a "x", entonces el grado absoluto de P es

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

249 Halle el grado absoluto mínimo del siguiente polinomio

$$P(x, y) = x^{n-6} y^{\frac{n}{2}+5} + x^{2n-6} y^4 - x^{n-7}$$

- A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 26

250 Indique si la afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

- I. Si $Gr(P(x) + Q(x)) = 3$, entonces $GA(P(x)) = 3 \vee GA(Q(x)) = 3$.
II. $Gr(P(x) \cdot Q(x)) = GA(P(x) - Q(x))$, $P(x)$ y $Q(x)$ polinomios no nulos.
III. $GA((P(x))^3) = 3GA(P(x))$, $P(x)$ polinomios no reales.
($Gr(H(x))$ = grado del polinomio $H(x)$)

- A) VVV B) FVV C) VVV
D) FVV E) FFF

251 Determine el valor de la suma de coeficientes del polinomio:

$$P(x, y, z) = \frac{a^2}{\sqrt{abc}} \sqrt{\frac{b+c}{(a+b)(a+c)}} (x^{a^2})^{b+c} + \frac{b^2}{\sqrt{abc}} \sqrt{\frac{a+c}{(b+c)(b+a)}} (y^{b^2})^{a+c} +$$

$$\frac{c^2}{\sqrt{abc}} \sqrt{\frac{a+b}{(c+a)(c+b)}} (z^{c^2})^{b+a}$$

Si $Gr(x) + Gr(y) + Gr(z) = 8abc$, $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$

- A) 1 B) 2 C) $2\sqrt{10}$
D) $\frac{4}{5}\sqrt{10}$ E) 10

252 Si el grado de P es "m" y el grado de Q es "n" ($m > n$). Halle el grado de

$$R = \frac{P + \sqrt{P} \cdot Q}{2Q}$$

- A) m B) $\frac{m}{2}$ C) $\frac{m+n}{2}$
D) $\frac{m-n}{2}$ E) $m-n$

253 Si P y Q son dos polinomios de grados 5 y 3 respectivamente ¿cuál de las expresiones tiene grado 12?

- I. $P^2 + Q^2$
II. $(P + Q^2)^2$
III. $7P + 2Q$
IV. $P^3 + Q^2$
V. $(P + Q)^3$

- A) I B) II C) III
D) IV E) V

254 En el polinomio homogéneo $P(x, y) = mx^{m+n} y^n - nx^{m+6} y^{n+4}$ el grado respecto a "x" es menor en 3 unidades que el grado respecto a "y". El grado absoluto de P es

- A) 25 B) 21 C) 24
D) 20 E) 27

255 Calcule el grado del polinomio $P(x, y)$, si

266 Si se verifica la serie de igualdades:

$$a+b+c = a^2+b^2+c^2-8 = a^3+b^3+c^3=1$$

Determine el valor de:

$$K = \frac{a^3}{bc} + \frac{b^3}{ac} + \frac{c^3}{ab}$$

- A) $-\frac{33}{4}$ B) $-\frac{35}{4}$ C) $-\frac{37}{4}$
D) $-\frac{39}{4}$ E) $-\frac{41}{4}$

267 Sean $a, b \in \mathbb{R}^+$ tal que

$$\frac{a}{\sqrt{b}} - \frac{b}{\sqrt{a}} = 3(\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

$$E = \frac{a^2+b^2}{ab} + (a-b) \cdot a^b \cdot b^a$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 9

268 Sea

$$A = \{(x, y, z) / x, y, z \in \mathbb{R} \wedge x = -y - z\}$$

Si $(a, b, c) \in A$, simplifique

$$\frac{(3a-b)^3 + (3b-c)^3 + (3c-a)^3}{6(3b-c) \cdot (b-3a)(3c-a)}$$

- A) -1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$
D) 2 E) $-\frac{1}{2}$

269 Si $y = x - 1$; $x, y > 0$; determine el

$$\text{valor de } E = \frac{(x^3 - y^3)^4 + \sqrt[4]{4}}{(1 + 3xy)^4 + \sqrt{2}}$$

- A) 0 B) 1 C) $\sqrt{2}$
D) 2 E) 4

270 Si

$$(a+b)(b+c)(a+c) = 60$$

$$ab+ac+bc = 11$$

$$abc = 6$$

Halle el valor de

$$M = \left(\frac{a^3+b^3+c^3}{3} \right) \left(\frac{a^4+b^4+c^4}{4} \right)$$

- A) 284 B) 294 C) 304
D) 300 E) 304

271 La división del polinomio

$p(x) = a_0x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5$ entre $(x-1)$, da los resultados que se observan en la siguiente tabla:

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1	b_0	0	-45	13	17	9

Si se sabe que $p(-1) = -125$, halle a_0

- A) 108 B) -108 C) 109
D) 110 E) 102

272 Si

$(ax^5 + bx^4 + x^3 + x^2 + 1) + (ax^2 + x + 1)$ es una división exacta con $a > 0$, de el valor de $a+b$.

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

273 En el siguiente esquema de una división por Horner:

1	3	a	5	b
a		k	p	
-b			q	8
	k	m	n	r

Halle: $m+n+r$

- A) 24 B) 25 C) 26
D) 28 E) 31

824 Si z es un número complejo ($z \neq 0$) que satisface $\frac{1-z}{1+z} = 1$, se cumple:

- A) $\operatorname{Re}(z) > 0$ B) $\operatorname{Im}(z) \geq 0$
C) z es un número real
D) z es imaginario puro
E) $\operatorname{Re}(z) < 0$

825 Si z es un número complejo que satisface la igualdad $z\bar{z} + 2\bar{z} = 12 + 4i$, $\operatorname{Arg}(z) \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$

entonces $|z|$ es:

- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{2}$
D) $\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{10}$

826 Si $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, simplificar:

$$z = \frac{(1 + \sec \theta + i \tan \theta)^n}{(1 + \sec \theta - i \tan \theta)^n}; n \in \mathbb{Z}$$

- A) $\operatorname{cis} \theta$ B) $\operatorname{cis}(n\theta)$
C) $n \operatorname{cis} \theta$ D) $\operatorname{cis}(2n\theta)$
E) $2n \operatorname{cis} \theta$

827 Efectuar:

$$\frac{(-1-i)^4 (\sqrt{2} \operatorname{cis} 315^\circ)^5}{(\sqrt{2} e^{\frac{\pi}{4}})^6}$$

- A) $-2i$ B) $1+2i$ C) $2+2i$
D) $\sqrt{2}i$ E) $-\sqrt{2}i$

828 Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones

I. $\sqrt[3]{7-i\sqrt{15}} = 2$

II. $|1-e^{i\theta}|^2 + |1+e^{i\theta}|^2 = 4$

III. $\left(\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} + i\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}\right)^{10} = -2^{10}$

- A) VFF B) VVV C) FVV
D) FFV E) FFF

829 Al resolver el sistema

$$\begin{cases} (1-i)z + (1+i)w = 1-i \\ (2-i)z + (1+i)w = 2+i \end{cases}$$

halle el valor de $|z|$.

- A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) 3
D) $\sqrt{15}$ E) 5

830 Si z y w son números complejos tal que se cumple que $|z+w| = |z-w|$, entonces el valor de la parte real de zw es

- A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

831 Sea z un número complejo tal que $z = \bar{z}^2$. Halle la suma de los números complejos z que cumplen con esta ecuación.

- A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

832 Si \bar{z} es un número complejo que se encuentra en el primer cuadrante, indique cuales de las siguientes afirmaciones son correctas:

- I. $-z$ está en el cuarto cuadrante.
II. $-\bar{z}$ está en el segundo cuadrante.
III. $\frac{z}{i}$ está en el tercer cuadrante.

- A) solo I B) solo II C) solo III
D) I y II E) solo II y III

833 Si $z \in \mathbb{C}$ de modo que $|z| = \sqrt{3}$

Determine el valor de $|z+1|^2 + |z-1|^2$

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 4
D) 8 E) 9

834 Si $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ y z_1, z_2 son reales. Indique cuál(es) de los enunciados son correctos:

- I. $z_1 = z_2$ II. $z_1 = -\bar{z}_2$ III. $z_1 = \bar{z}_2$

- A) solo I B) solo II C) solo III
D) I y II E) I y III

835 Indique la región que representa el conjunto solución de la inecuación

$$\frac{1}{3} \frac{z+2}{z-2} < 1, z \in \mathbb{C}$$

840 Si $z = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, μ, w con $\mu = \frac{z}{w}$ y $\arg(\mu) = \frac{\pi}{6}$. Determine el valor de $\operatorname{sen}(\arg w)$.

- A) -0.558 B) -0.458 C) -0.358
D) -0.258 E) -0.158

841 Indique el valor de:

I. $|e^{z^2}| = e^{z^2}, z \in \mathbb{C}$ si $\operatorname{Re}(z) = 0$

II. $z \in \mathbb{C}, |z| < 1$ entonces $|\operatorname{Im}(1-\bar{z})| \leq 2$

III. $\forall z \in \mathbb{C}, |z^2| = |z|^2$

- A) VFF B) VFF C) FFV
D) FVV E) VVF

842 Si $i = (0, 1)$ la suma

$$M = \frac{1+i}{1-i} + \frac{1+2i}{2-i} + \dots + \frac{1+20i}{20-i}$$

- A) 16i B) 18i C) 20i
D) 22i E) 24i

843 Si 1, z y z^2 son las raíces cúbicas de la unidad calcule

$$E = \left(\left((z^2)^{z^2} \right)^{z^2} \right)^{z^2}$$

- A) $z+1$ B) z^2 C) z^3
D) 1 E) z

844 Indicar el valor de verdad de la siguientes proposiciones:

I. La gráfica de $f(x) = |2^{x-1}|$ es igual a $g(x) = 2^{|x-1|}$.

II. $\operatorname{Log}\left(\frac{1}{2}\right) < 0$ entonces $\operatorname{Log}_3 1.3 > 0$

III. Si $f(x) = |\operatorname{Log}_a x|$ entonces $\operatorname{Rang} f = [0, \infty)$, $\forall a > 0$ y $a \neq 1$.

- A) VFF B) VFF C) FVV
D) FFF E) FFV

845 Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si $g(x) = \lg_a(-x)$ es creciente entonces $a > 1$.

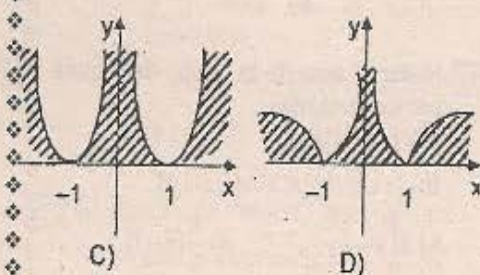
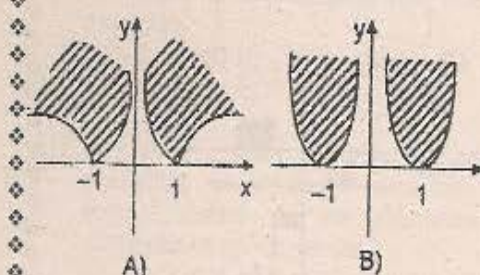
II. $f(x) = \lg_a(x)$ es creciente entonces f' es decreciente.

III. Si $g^*(x) = \lg_a x$ es creciente entonces g es creciente.

- A) VVV B) VVF C) VFF
D) FFV E) FFF

846 La gráfica de

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq |\operatorname{Log}_2 |x||\}$$
 es:



E) N.A

847 Determine el conjunto solución de la inecuación:

$$(2^x + 1)(\log_3 x - 2)(3^x - 9) > 0$$

- A) (3,81) B) (2,81) C) (1,81)
D) (0,81) E) (5,81)

359 El ángulo α , en el primer cuadrante, que satisface la ecuación:

$$\log_{\pi} \sin 2\alpha = \log_k \log_{0.5} \log_a \operatorname{antilog}_a \left(\frac{1}{2} \right)$$

donde $k > 0$ y $k \neq 1$, es:

- A) 0 B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$
D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

370 Dados los siguientes conjuntos

$$A = \{x \in \operatorname{Dom}(f) / f(x) = e^{\sqrt{x^2+5}} + \sqrt{5}^{\sqrt{3x-2}} + \log_2 5\}$$

$$B = \{y \in \operatorname{Ran}(g) / g(x) = 27^{\frac{x-1}{3}}\}$$

Hallar $A \cap B$

- A) [1, 3] B) \emptyset C) (-3, 3]
D) [3, 6] E) [-3, 3]

361 Simplificar

$$E = \operatorname{antilog}_{\sqrt{2}} \left[\log_{\frac{1}{3}} (\operatorname{antilog}_3 2)^{2 \log_3 (\operatorname{antilog}_{\sqrt{5}} 4)} \right]$$

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{2}$
D) 1 E) 4

372 El valor del producto de los factores es $(\log_3 100)(\log_3)(\log_{10}(a+1))$ es:

- A) 5 B) 8 C) 1
D) 10 E) 2

363 Determine los valores de "a", para que la ecuación $x^2 - 4x + \log_2 a = 0$, tenga raíces reales.

- A) (-1, 4) B) (-1, 16] C) (2, 8]
D) (0, 16] E) $\left[\frac{1}{2}, 16 \right]$

374 Sean x e y números reales positivos. La igualdad $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$ a > 0, a ≠ 1 es verdadera sólo cuando

- A) x = y = 2 B) x = $\frac{5}{3}$, y = $\frac{5}{2}$
C) x = y D) x = y = 1

$$E) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$$

$$365 E = \log_{\frac{1}{4}} \left[\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} (\log_{100} (\log_{37} 49)) + \log_{\frac{3}{2}} (\log_{\frac{1}{5}} 25) \right]$$

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2
D) 3 E) 5

371 Dado el conjunto

$$M = \{x \in \mathbb{R} / \log_{(x^2+1)} (x^2-14) = \log_{\frac{1}{x^2+4}} \sqrt{3x-8}\}$$

indique el cardinal de M.

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 4 E) 5

377 Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. La ecuación

$$x^{\log_2 x^{\log_2 4}} = 2^{\log_2 8^{\log_2 2} \log_2 4}$$

no tiene solución

II. Si la ecuación $x^2 = \log^2 x$ tiene $CS = \{m\} \rightarrow m < 1$

III. El número de soluciones de $x^2 = \log|x|$ es 2.

- A) FVF B) FVV C) VVF
D) VFF E) VFV

373 Dada la igualdad

$$(\log_b a)^3 + (\log_c b)^3 + (\log_a c)^3 = \ln(e^3)$$

Determine la suma del mínimo con el máximo valor de M, si

$$M = (\log_b a + \log_c b + \log_a c)(\log_b a + \log_c b - 3)$$

$$(\log_b a + \log_a c - 3)(\log_c b + \log_a c - 3)$$

- A) -3 B) 0 C) 2
D) 3 E) 6

330 Al resolver:

$$x^{x+1} \sqrt[16]{16} x = x^{(x+1)^2}$$

Se obtiene para x

- A) un número impar
B) un número cuadrado perfecto
C) un número irracional
D) un número primo
E) un número negativo

331 Al resolver:

$$18^{\frac{x}{18}} = x^{-1} 12^{\frac{x}{18}}$$

$$\text{Calcule } \log_{12} \left(\frac{x}{\sqrt{3}} \right)$$

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1
D) 2 E) $\frac{3}{2}$

332 Resolver la ecuación

$$3 = x^{x+3(1+x^{-1})(1-x^{-1})}; x \in \mathbb{R} \text{ y calcular:}$$

$$x^{-x} 3^{(1+x^{-1})(1-x^{-1})}$$

- A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ E) $\frac{1}{3\sqrt[3]{3}}$

333 Resolver

$$\log_x \left[\frac{1 - \log_5 x}{\log_5 x} \right]^{\log_3 x} = -1$$

- A) $5^{\frac{3}{4}}$ B) $5^{\frac{1}{2}}$ C) $5^{\frac{4}{3}}$
D) $5^{\frac{1}{5}}$ E) $5^{\frac{5}{3}}$

334 Resolver

$$x + \log(1+2^x) < x \log 5 + \log 6$$

- A) $(-\infty, 1)$ B) $(-\infty, 0)$ C) $(-\infty, 2)$
D) $(-\infty, 1]$ E) $(0, \infty)$

335 Resolver

$$\log_3^2(2x-1)^2 - \log_3(2x-1) \geq 5; x > 1$$

- A) $(-1; 1)$ B) $(1; \infty)$ C) $(\sqrt{2}; \infty)$
D) $[2; \infty)$ E) $[\sqrt{3}; \infty)$

336 Resolver $3(x^{\log_2 7}) - 7^{\log_2 x} \leq 14$

- A) $(0; \frac{1}{2})$ B) $(\frac{1}{2}; 1]$ C) $(\frac{1}{2}; 2]$
D) $(0; 2]$ E) $(\sqrt{2}; 2]$

337 Resolver

$$\log_{81}(\log_9(3-x^2)) < 0$$

- A) $[\sqrt{2}, \infty)$ B) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$
C) $[\sqrt{3}, \infty)$ D) $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$
E) $(-1; 1)$

338 Resolver $\ln(e \ln x^2) \geq 1$

- A) $[1; \infty)$
B) $[\sqrt{e}; \infty)$
C) $[e; \infty)$
D) $(-1; 1)$
E) $(-\infty; -\sqrt{e}] \cup [\sqrt{e}; +\infty)$

339 Resolver $\log_{2x-3}(x+4) \geq 1$

- A) $(2; \infty)$ B) $[2; \infty)$ C) $(7; \infty)$
D) $(2; 7]$ E) $[2; 7]$

340 Resolver $\frac{2^x + x - 3}{x^x - \pi^4} \geq 0$

Determine la suma de todos los enteros que no satisfacen tal inecuación.

- A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

407 Sea $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$. Determinar:

$$E = A + 2A + 3A + \dots + nA \quad (n \in \mathbb{N})$$

Dar como respuesta el producto de los elementos de la diagonal principal de E.

- A) $n(n+1)^2$ B) $[2n(n-1)]^2$
C) $n(n+1)$ D) $\left[\frac{n(n-1)}{2}\right]^2$
E) $3n^2 + 4n$

408 Si $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Determine A^{13} e

indique la traza de esta.

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) -2

409 Determine la traza de la matriz

$$A = (a_{ij})_{2 \times 2}, \text{ con } a_{12} = \frac{1}{2} a_{21} = 1 \quad \text{y}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 11 & 5 \\ c & 6 \end{pmatrix}$$

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

410 Sean las matrices: $A = \begin{bmatrix} x-3y & x \\ 1 & y \end{bmatrix}$,

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 6-y \\ 1 & 6-x \end{bmatrix} \text{ y } C = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}. \text{ Si } A = B,$$

hallar $\text{Tr}(3A + 2C)$

- A) 5 B) 7 C) 6
D) -2 E) 2

411 Si $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$, si $B = A^{50}$, halle b_{12} .

- A) $\frac{7^{50}-1}{3}$ B) $\frac{7^{50}+1}{3}$ C) $\frac{7^{50}-2}{3}$
D) $\frac{7^{50}+2}{4}$ E) $\frac{7^{50}+4}{7}$

412. Hallar $a + b + c$. Si A es simétrica:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & a+b & c \\ 4 & 7 & 1 \\ 6 & a & 9 \end{bmatrix}$$

- A) 4 B) 6 C) 10
D) 8 E) 6

413 Si $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$, $a_i = \begin{cases} 2, & i=j \\ 3, & i \neq j \end{cases}$

$B = 3A$ entonces la suma de los elementos de B es:

- A) 10 B) 20 C) 30
D) 40 E) 50

414 Se sabe que $e^A = I + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \dots$

$$\text{calcule } e^A \text{ si } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} e & 1 & 1 \\ 0 & e & 1 \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1/2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
E) I

415 Si $[A, B] = AB - BA$ llamado conmutados de A y B. Calcular $[A, [B, C]] + [B, [C, A]] + [C, [A, B]]$

- A) I B) A C) B
D) 0 E) AB

416 Si $A^5 = I$, A es una matriz de orden n y I es la matriz identidad. Indicar el valor de verdad de las siguientes afirmaciones

- I. A es la inversa de A^4
II. A^2 es la inversa de A^3
III. A^{24} es la inversa de A
A) VFF B) VVF C) VVV
D) VFF E) FVV

425 Si $a < b < c$ indique el intervalo en "x", que resuelve a:

$$(x-a)^2(a-b)(b-c) \sqrt{c-x} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & a & b & c \\ x^2 & a^2 & b^2 & c^2 \\ x^3 & a^3 & b^3 & c^3 \end{bmatrix}$$

- A) $[a, \infty)$ B) $(b, \infty) \setminus \{c\}$
C) $[c, \infty)$ D) $(-\infty, b) \setminus \{a\}$
E) $(-\infty, b)$

426 Sea $A = (a_{ij})_{n \times n}$, $a_i = \frac{1}{i}$ hallar $|A|$

- A) n B) n^n C) 2n
D) n! E) 0

427 De el valor de verdad de las siguientes proposiciones

- I. Si A y B conmutan, entonces $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ (A y B matrices cuadradas)
II. Si λ parámetro, A matriz de orden n, entonces $\lambda \times A = (\lambda a_{ij})$, a_{ij} elemento de la matriz A.
III. Si A es antisimétrica de orden n, n impar entonces $\det(A) = 0$

- A) VVV B) VFF C) VVF
D) FVV E) FFF

428 Sea $A = [a_{ij}]_{n \times n}$, $a_{ij} = \begin{cases} 0 & i < j \\ j & i = j \\ 0 & i > j \end{cases}$. Calcular

$\det(A)$

- A) 24 B) 0 C) $\frac{1}{4}$
D) -5 E) 36

429 Si $A = [a_{ij}]$ es la inversa de la matriz

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

calcular la suma de elementos de A.

- A) -1 B) 0 C) $\frac{3}{5}$
D) 3 E) $\frac{3}{2}$

430 Sea B una matriz de orden 5, si $b_{ij} = |i-j|$ encontrar $|B|$

- A) 2 B) 4 C) 8
D) 16 E) -32

431 Calcular la determinante de la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} x^2+1 & 3x^2 & 2x^2+y^2 & y^2+1 \\ 2y^2 & y^2+1 & 2-y^2 & 1 \\ x^2+2 & 0 & 1 & x^2+3 \\ y^2-1 & 1 & x^2+2 & x^2+y^2 \end{bmatrix}$$

- A) $2x^2 - y^2$ B) $2(x^2+y^2)$
C) $x^2 - y^2$ D) $(x^2+1)(y^2+1)$
E) 0

432 El sistema:

$$(m+1)x - 3y = 2m \\ 4x - my = m+3$$

es indeterminado Si $m = k_1$
e incompatible Si $m = k_2$.
Determine el valor de $J = 2k_1 + 3k_2$

- A) -6 B) -4 C) -2
D) 2 E) 3

433 Calcule el valor de k en el sistema:

$$\begin{cases} 2kx + (k+2)y = 1 \\ (3k-1)x + (4-k)y = 1 \end{cases}$$

Para que tenga infinitas soluciones
A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$
D) 1 E) 2

434 El valor de: $x + (1/13)y$; donde "x" e "y" satisfacen el sistema:

$$\begin{cases} 3 + 2(x+4) = 5(y+1) - 4 \\ 5(x+1) - 2y = 4(y+1) \end{cases}$$

- A) 2 B) 4 C) 8
D) 12 E) 14

435 En el sistema:
 $2x + 3y = k + 2$
 $2y - 3x = 2k - 1$
 El valor de "k" para que "x" valga la mitad de "y" es:

- A) $-\frac{13}{10}$ B) $-\frac{15}{13}$ C) $\frac{3}{2}$
 D) $\frac{5}{13}$ E) $\frac{2}{3}$

436 Determine el valor de $(a^2 + 1)$ para que el valor de x exceda en 1 al valor de y, en el sistema:

- $5x - 2y = a$
 $3x + y = a - 1$
 A) 2 B) 5 C) 10
 D) 50 E) 65

437 Dado el siguiente sistema:

- $2x + 3y = 8$
 $mx - y = 37$
 $3x + 8y = m$
 Hallar el valor entero de "m" para que el sistema sea compatible.

- A) 2 B) 3 C) 5
 D) 4 E) 6

438 Hallar el valor de "x" que satisface el siguiente sistema

- $x + y + z = 0$
 $ax + by + cz = 0$
 $bxc + acy + abz = 1$

- A) $(a - c)^{-1}$
 B) $(a - b)^{-1}$
 C) $(a - b)^{-1}(a - c)^{-1}$
 D) $(b - a)^{-1}(b - c)^{-1}$
 E) $(c - a)^{-1}(c - b)^{-1}$

439 Calcular el determinante

$$|A| = \begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$$

- A) $(x + 4)(x - 1)^3$
 B) $(x + 3)(x - 1)^3$
 C) $(x + 3)(x - 2)^3$

- D) $x(x + 4)^3$
 E) $(x - 1)(x + 3)^3$

440 Al resolver el sistema

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = -2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 5x_5 = 5 \end{cases}$$

Halle el valor de x_4 .

- A) -4 B) -2 C) -1
 D) 1 E) 2

441 La solución de un sistema de ecuaciones lineales, no homogéneo es (x_0, y_0) , donde según la regla de cramer esta dada por

$$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} m & -1 \\ n & 2 \end{vmatrix}}{d}; y_0 = \frac{\begin{vmatrix} -4 & m \\ 5 & n \end{vmatrix}}{d}$$

Hallar d

- A) -1 B) -2 C) -3
 D) -4 E) -5

442 Sea el conjunto:

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x - y = 2b \wedge (a^2 - ab + b^2)x + (a^2 + ab + b^2)y = 2a^2\} = \{(x_0, y_0)\}$$

Determinar: $x_0 y_0$

- A) $a^3 - b^3$ B) $a^3 + b^3$ C) ab
 D) $a^2 + b^2$ E) $a^2 - b^2$

443 Determine x + y, "x" e "y" son soluciones del sistema

$$\begin{cases} (a + b)x - (a - b)y = 4ab \\ (a - b)x + (a + b)y = 2a^2 - 2b^2 \end{cases}$$

- A) 2a B) 2b C) 2a - b
 D) b E) a + b

446 Indique el término enésimo de la siguiente sucesión:

$$\left\{ \frac{1}{2}, \frac{8}{7}, \frac{9}{5}, \frac{32}{13}, \dots \right\}$$

- A) $\frac{3n}{2n^2 + 1}$ B) $\frac{3n^2}{3n + 1}$ C) $\frac{2n^2}{3n + 1}$
 D) $\frac{2n^2}{3n - 1}$ E) $\frac{3n^2 - 1}{3n + 1}$

447 Determine el décimo término de la sucesión:

$$\left\{ 1; 1; \frac{4}{5}; \frac{11}{17}; \frac{7}{13}; \frac{17}{37}; \dots \right\}$$

- A) $\frac{53}{18}$ B) $\frac{59}{71}$ C) $\frac{29}{101}$
 D) $\frac{37}{85}$ E) $\frac{113}{321}$

448 En la sucesión:

$$\{C_n\}_{n \in \mathbb{N}} = \left\{ \frac{3}{5}, \frac{5}{25}, \frac{9}{125}, \frac{17}{625}, \dots \right\}$$

el término de lugar 7 es:

- A) $\frac{123}{5^7}$ B) $\frac{125}{5^7}$ C) $\frac{127}{5^7}$
 D) $\frac{129}{5^7}$ E) $\frac{131}{5^7}$

449 Si $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es una sucesión tal que

$$a_n = \sqrt{9 + \frac{4}{n} - \frac{12}{\sqrt{n}}}$$

indique cuál de los siguientes enunciados es correcto.

- I. La sucesión $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es decreciente.
 II. La sucesión $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es acotada.
 III. $|a_n - 3| < 1 \Rightarrow n > 4$

- A) Solo II B) Solo III C) I y II
 D) I y III E) II y III

500 Si $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es una sucesión tal que:

$$a_1 = 1; a_2 = 2; \dots a_n = \frac{1}{2}(a_{n-2} + a_{n-1});$$

$\forall n > 2$. Entonces el valor de $|a_{101} - a_{100}|$ es:

- A) $\frac{1}{2^{97}}$ B) $\frac{1}{2^{98}}$ C) $\frac{1}{2^{99}}$
 D) $\frac{1}{2^{100}}$ E) $\frac{1}{2^{101}}$

501 Indique la sucesión o sucesiones que cumplen que $a_n < a_{n+1}$

- I. $\{2n + 1\}$
 II. $\left\{ \frac{n}{2^n} \right\}$
 III. $\left\{ \frac{3n - 1}{4n + 1} \right\}$

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III
 D) I y III E) I y II

502 Indique el valor de verdad según corresponda

- I. La sucesión $\left\{ \frac{2}{2^n} \right\}_{n \geq 1}$ es decreciente.
 II. La sucesión $\left\{ \frac{2n}{1 + 2^n} \right\}_{n \geq 1}$ es decreciente.
 III. La sucesión $\left\{ \log \left(\frac{n+1}{n} \right) \right\}_{n \geq 1}$ es creciente.

- A) VVV B) VFF C) FFV
 D) FFF E) FVF

503 Indique verdadero (V) ó falso (F) según corresponda:

- I. La sucesión $\left\{1 + \frac{1}{n}\right\}_{n \in \mathbb{N}}$ es acotada.
 II. Toda sucesión oscilante es divergente.
 III. Toda sucesión acotada es convergente.

A) VVV B) VVF C) FFV
 D) VFF E) FFF

504 Se define la sucesión mediante:

$\{x_n\}$ tal que $x_n = n(\sqrt[n]{5} - 1)$ halle su valor de convergencia

A) $2\ln 5$ B) $3\ln 10$ C) $\ln 5$
 D) $\frac{1}{2}\ln 5$ E) $\frac{3}{2}\ln 5$

505 Si $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es una sucesión tal que

$a_n = \frac{2^n - 3^{n+1}}{2^{n+3} + 3^n}$ entonces la sucesión converge a:

A) -4 B) -3 C) $-\frac{3}{2}$
 D) $-\frac{5}{4}$ E) -1

506 Dada la sucesión:

$\left\{(n, a_n) / n \in \mathbb{N} : a_n = \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n\right\}$, hallar el valor de verdad:

- I. La sucesión es convergente.
 II. La sucesión es divergente.
 III. La sucesión es acotada.

A) VVV B) VFV C) VFF
 D) VVF E) FFF

507 Sea $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión tal que:

$$a_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2n^2 + 5n}}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{\sqrt{2n^2 + 1}}\right)^{-1}$$

donde converge

A) $\left(\frac{5}{4}\right)\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 D) $\frac{8}{\sqrt{2}}$ E) $\frac{10}{\sqrt{2}}$

508 Dada la sucesión

$$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} = \left\{1, \frac{9}{6}, \frac{19}{11}, \frac{33}{18}, \dots\right\}$$

determine el valor de convergencia de la sucesión dada.

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1
 D) 2 E) 4

509 Toda sucesión $\{a_n\}$ con $a_n = \left(\frac{2d}{3b}\right)^{n+1}$

y $b > d > 0$. Dados los enunciados:

- I. $\{a_n\}$ es convergente.
 II. $\{a_n\}$ es divergente.
 III. $\{a_n\}$ es acotada

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y III
 D) Solo III E) II y III

510 Dada la sucesión $\left\{2, \frac{11}{8}, \frac{7}{6}, \frac{17}{16}, \dots\right\}$

indique el valor de convergencia

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$
 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{5}$

511 Calcule el límite de la sucesión

$$\left\{\frac{n^3 + n^2 + 1}{3n^3 + 2} + \frac{\sin(n^3 + 1)}{n}\right\}_{n \geq 1}$$

533 Hallar el valor de verdad de las siguientes proposiciones

I. $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{4^{2i-2}} = \frac{256}{225}$

II. Si $a_0 = a_1 = 1$ y $a_i = a_{i-1} + a_{i-2}, i \geq 2$ entonces $a_6 = 8$

III. $\sum_{i=1}^n i2^{i-1} = (n-1) \cdot 2^n + 1$

A) VVV B) VFV C) VFF
 D) FFV E) FFF

534 El valor de una suma está definida por:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + n + \pi^{n+1}}{\pi^n n^2 + \pi^n n} \right) - \frac{\sqrt{a}\pi\sqrt{b} - \pi + 1}{\sqrt{c}\pi - 1}$$

$a, b, c \in \mathbb{Z}^+$. Determine el valor de: $a^2 + b^2 + c^2$.

A) 18 B) 16 C) 14
 D) 12 E) 10

535 Determine la suma de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^2+1} (2+n)^2 \frac{1}{2^n}$$

A) $33/9$ B) $35/9$ C) $62/27$
 D) $38/9$ E) $41/9$

536 Si P y Q representan dos cantidades definidas por: P es el valor de

convergencia de la serie $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{3^k}$

Q es el valor de convergencia de la

serie $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{4^k}$ Establezca la

relación correcta entre P y Q.

A) $2p < Q$ B) $PQ < 0$ C) $P = Q$
 D) $0 < P + Q < \frac{3}{2}$ E) $P = 10Q$

537 Si $P = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(3^k + 2^k)}{5^k}$,

$Q = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(3^k + 5^k)}{7^k}$ establezca la

relación correcta entre los valores de P y Q.

A) $P > Q$ B) $3P = Q$ C) $4P = Q$
 D) $26Q = 63P$ E) $3 < PQ < 10$

538 Tres números están en P.A. tales que aumentados en 5, 4 y 7 unidades respectivamente, son proporcionales a 5, 6 y 9. determine la razón de la P.A.

A) 3 B) 4 C) 5
 D) 6 E) 7

539 Uniendo dos puntos medios de los lados de un cuadrado de lado "a", se obtiene otro cuadrado, en el que volvemos a efectuar la misma operación y así indefinidamente. Determinar la suma de las áreas de los infinitos cuadrados.

A) a^2 B) $2a^2$ C) $3a^2$
 D) $4a^2$ E) $16a^2$

540 El primero, tercero y onceavo término de una progresión aritmética son los 3 primeros términos de una progresión geométrica. Si la suma de los seis primeros términos es 57. Halle el término de lugar 20 de la progresión aritmética.

A) 57 B) 58 C) 59
 D) 60 E) 61

RESOLUCIÓN N° 183

Sea la función afín:

$$f(x) = ax + b; a \neq 0$$

• Si $f(2) = 3 \rightarrow f(f(2)) = f(3)$

$\rightarrow f(3) = 2 \rightarrow 3a + b = 2 \quad (1)$

• Si $f(-2) = f^*(f(8)) + 2f(3)$

$-2a + b = 8 + 2(2)$

$\rightarrow -2a + b = 12 \quad (2)$

Resolviendo (1) y (2): $a = -2, b = 8$

$\rightarrow f(x) = -2x + 8 \rightarrow f^*(x) = \frac{x-8}{-2}$

$\therefore f^*(0) = 4$

RESOLUCIÓN N° 184

$f(x) = \frac{3x-1}{x-1} = 3 + \frac{2}{x-1}; x > 1$

• Si $x > 1 \rightarrow x-1 > 0 \rightarrow \frac{1}{x-1} > 0$

$\rightarrow \frac{2}{x-1} > 0 \rightarrow 3 + \frac{2}{x-1} > 3$

$\rightarrow f(x) > 3$

$\rightarrow \text{Ran}(f) = (3; +\infty) = \text{Dom}(f^*)$

• Sea $y = 3 + \frac{2}{x-1} \rightarrow \frac{y-3}{2} = \frac{1}{x-1}$

$\rightarrow x = \frac{2}{y-3} + 1 \rightarrow x = \frac{y-1}{y-3}$

INTERCAMBIANDO x con y :

$f^*(x) = \frac{x-1}{x-3}; x > 3$

RESOLUCIÓN N° 185

$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1; & x \in [-3; -1] \\ 2x - 1; & x \in [6; 8] \end{cases}$

• Sea $y = f(x) = x^2 + 1; x \in [-3; -1]$
 • Si $x \in [-3; -1] \rightarrow x^2 \in [1; 9]$
 $\rightarrow (x^2 + 1) \in [2; 10] \rightarrow y \in [2; 10]$
 $\rightarrow \text{Ran}(f) = [2; 10] = \text{Dom}(f^*)$
 • De $y = x^2 + 1 \rightarrow x = -\sqrt{y-1} \quad (x < 0)$
 • INTERCAMBIANDO x con y :
 $f^*(x) = -\sqrt{x-1}; x \in [2; 10]$
 • Aquí: $f^*(5) = -2$
 • Sea $y = f(x) = 2x - 1; x \in [6; 8]$
 • Si $x \in [6; 8] \rightarrow 2x \in [12; 16]$
 $\rightarrow (2x - 1) \in [11; 15] \rightarrow y \in [11; 15]$
 $\rightarrow \text{Ran}(f) = [11; 15] = \text{Dom}(f^*)$
 • De $y = 2x - 1 \rightarrow x = \frac{y+1}{2}$
 • INTERCAMBIANDO x con y :
 $f^*(x) = \frac{x+1}{2}; x \in [11; 15]$
 • Aquí: $f^*(13) = 7$
 $\therefore f^*(5) + f^*(13) = -2 + 7 = 5$

RESOLUCIÓN N° 186

• $f(x) = (|x-3| + x+1)\sqrt{2-x}$

• Aquí: $2-x \geq 0 \rightarrow x \leq 2$

• Queda: $x-3 \leq -1 \rightarrow |x-3| = 3-x$

Redefiniendo f :

$f(x) = (3-x+x+1)\sqrt{2-x} = 4\sqrt{2-x}$

• Si $x \leq 2 \rightarrow 2-x \geq 0 \rightarrow \sqrt{2-x} \geq 0$

$\rightarrow 4\sqrt{2-x} \geq 0 \rightarrow f(x) \geq 0$

$\rightarrow \text{Ran}(f) = [0; +\infty) = \text{Dom}(f^*)$

• De $y = 4\sqrt{2-x} \rightarrow \frac{y}{4} = \sqrt{2-x}$

RESOLUCIÓN N° 274

De $\frac{x^5 - (2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})x^4 + (2(6-1)x^3 + (5+3\sqrt{2}))x^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})x}{x - \sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{2}}$, su resto = ?

Hagamos $\sqrt{2} = a; \sqrt{3} = b$ y $\sqrt{5} = c \rightarrow ab = \sqrt{6}$

Reemplazando tenemos:

$[x^5 - (2ab + 2a)x^4 + (2ab - 1)x^3 + (4b + a)x^2 - x + (b + a)] \div (x - c - b - a)$

Calculemos el residuo mediante la división por Ruffini:

	1	-2a-2b	2ab-1	4b+a	-1	a+b
$c+b+a$	1	$2a+b+c$	$c^2-(b+a)^2$	$-c-b-a$	0	$-c-b-a$
	1	$c-(b+a)$	$c^2-b^2-a^2-1$	0	-1	$-c$
		0	0	0	-1	$-c$

RESTO = -c

Observa: RESTO = -c \therefore RESTO = $-\sqrt{5}$

RESOLUCIÓN N° 275

• (*) Si $P(x) = x^3 - 6x^2 + 2mx - 1$ es divisible por $(x-6)$, entonces se cumple que: $P(6) = 0$
 • Sea: $P(6) = 6^3 - 6(6)^2 + 2m(6) - 1 = 0$
 $\rightarrow 12m - 1 = 0 \rightarrow m = \frac{1}{12} \quad \phi(I) \text{ es } V$

• (*) Si $(x-1)$ es un factor de $P(x)$, entonces $P(1) = 0$
 • Sea: $P(1) = 1 - 6 + 2m - 1 = 0$
 $\rightarrow 2m - 6 = 0 \rightarrow m = 3$
 • Sea: $P(1) = 1 - 6 + 2(3) - 1 = 0$
 • Entonces $(x-1)$ es factor de $P(x)$

• Sea: $P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Q(x)$
 • Sea: $P(x) = (x^3 - 6x^2 + 2mx - 1) = (x-1)(x-2)(x-3)Q(x)$
 • Sea: $P(0) = (-1)(-2)(-3)Q(0) = -6Q(0) = -1$
 $\rightarrow Q(0) = \frac{1}{6}$
 • Sea: $P(x) = (x^3 - 6x^2 + 2mx - 1) = (x-1)(x-2)(x-3)(\frac{1}{6})$
 $\rightarrow P(x) = \frac{1}{6}(x^3 - 6x^2 + 2mx - 1)$
 $\therefore \sum \text{de coef de } P(x) = 0$

RESOLUCIÓN N° 276

• $P(x)$ es de 5° grado y mónico
 • $P(x)$ es divisible por $x^2 - x + 1$
 $\therefore P(x) = (x^2 - x + 1)Q(x)$

RESOLUCIÓN N° 277

De $\frac{x^2 - y^2}{x^2 - y^2}; \{c, d\} \subset \mathbb{Z}^+$

RESOLUCIÓN N° 369

$$2\log x - \log T = \log(112); \quad \begin{cases} \alpha > 0 \\ \alpha \neq 1 \end{cases}$$

OBJ: $x > 0$ (COND. NEC.)

$$\text{LUEGO: } \log x^2 - \log T = \log(112)$$

$$\log\left(\frac{x^2}{T}\right) = \log(112) \rightarrow \frac{x^2}{T} = 112$$

$$\rightarrow x^2 = (28)^2 \quad \therefore x = 28$$

RESOLUCIÓN N° 370

$$\textcircled{1} 2\left(\frac{\log 2}{x}\right) - \frac{\log(10-x)}{4} = \frac{2}{\log x}$$

OBJ: $x > 0 \wedge x \neq 1 \wedge 10-x > 0$

$\rightarrow 0 < x < 10 \wedge x \neq 1$ (COND. NEC.)

$$\text{LUEGO: } \log x + \log 4 - \frac{\log(10-x)}{4} = \frac{2}{\log x}$$

$$\log x + \log(10-x) = \log 4^2$$

$$\log [x(10-x)] = \log 16$$

$$\rightarrow 10x - x^2 = 16 \rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$\rightarrow (x-2)(x-8) = 0 \rightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = 8$$

¡VERIFICACIÓN! (α)

\therefore SUMA DE SOLUCIONES: 10

RESOLUCIÓN N° 371

$$\frac{-|x-2|}{-4 \cdot 3} - \frac{-|x-2|}{-2} = 0$$

SE PUEDE ESCRIBIR:

$$(3-|x-2|)^2 - 4(3-|x-2|) = 2$$

$$(3-|x-2|)^2 - 4(3-|x-2|) + 4 = 2 + 4$$

$$\rightarrow (3-|x-2|-2)^2 = 2+4$$

$$|x-2| > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ DEBE SER } > 0$$

$$0 \text{ SEA QUE: } 2+4 > 0 \rightarrow 2 > -4$$

$$\therefore 2 \in [-4, +\infty)$$

RESOLUCIÓN N° 372

$$\log(\sin \pi x) + \sin(\log x) = \sin(3\pi x)$$

$$10^{\log(\sin \pi x)} = \sin(\log x) = \sin(3\pi x)$$

CON EL DADO: $0 < x < 1$ (COND. NEC.)

LUEGO:

$$\sin \pi x + \sin 3\pi x = \cos \pi x - \cos 3\pi x$$

POR TRANSFORMACIONES TRIGONOMÉTRICAS:

$$2 \sin(2\pi x) \cos(\pi x) = 2 \sin(2\pi x) \sin(\pi x)$$

$$\cos(\pi x) = \sin(\pi x) \rightarrow \pi x + \pi x = \frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow 2\pi x = \frac{\pi}{2} \quad \therefore x = \frac{1}{4}$$

RESOLUCIÓN N° 373

$$\log \frac{x^2-1}{\sqrt{\log x}} = \frac{2}{x}; \quad x = x^{\frac{1}{x}}$$

NOTA: $x > 0 \wedge x \neq 1$

$$\text{LUEGO: } \log(x^{\frac{1}{x}}) = (x^{\frac{1}{x}})^{\frac{2}{x}}$$

$$\rightarrow \log x^{\frac{1}{x}} = x^{\frac{2}{x}}$$

RESOLUCIÓN N° 459

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 13 & (1) \\ x + y = 4 & (2) \end{cases}$$

$$\cdot (2)^2 - (1): x^2 + 2xy + y^2 = 16$$

$$x^2 + xy + y^2 = 13$$

$$\text{DE (2): } xy = 3$$

$$\text{ASÍ: } (x=3 \wedge y=1) \vee (x=1 \wedge y=3)$$

$$\text{DE (2): } x + y = 4$$

RESOLUCIÓN N° 460

$$\begin{cases} xy - (x+y) = 5 & (1) \\ x^2 + y^2 - (x+y) = 18 & (2) \end{cases}$$

$$\cdot (2) - (1): x^2 + y^2 - (x+y) = 18$$

$$2xy - 2(x+y) = 10$$

$$(x+y)^2 - 3(x+y) = 28$$

$$\rightarrow (x+y)^2 - 3(x+y) - 28 = 0$$

$$\begin{matrix} x+y & & -T \\ & \searrow & \nearrow \\ x+y & & 4 \end{matrix}$$

$$\rightarrow (x+y-T)(x+y+4) = 0$$

$$\rightarrow x+y = T \vee x+y = -4$$

$$\textcircled{1} \text{ Si } x+y = T; \text{ DE (1): } xy = 12$$

$$\text{ASÍ: } (x=4 \wedge y=3) \vee (x=3 \wedge y=4)$$

OBJ: # DE VALORES REALES

$$\text{DE } x \text{ y } y: 4$$

$$\textcircled{2} \text{ Si } x+y = -4; \text{ DE (1): } xy = 1$$

$$y = -x-4 \rightarrow x(-x-4) = 1$$

$$\rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

OBJ: $\Delta > 0 \rightarrow x \in \mathbb{R}$

ASÍ: SE OBTIENE 2 VALORES REALES

LES PARA x y 2 VALORES REALES PARA y .

\therefore CANTIDAD DE VALORES REALES QUE TOMA x y y : 8

RESOLUCIÓN N° 461

$$\begin{cases} x^2 + 2x + 2y = K & (1) \\ x - y = 2 & (2) \end{cases}$$

$$\text{DE (2): } y = x - 2$$

$$\text{EN (1): } x^2 + 2x + 2(x-2) = K$$

$$\rightarrow x^2 + 4x - (K+4) = 0$$

OBJ: PARA QUE EL SISTEMA TENGA SOLUCIÓN ÚNICA, LA ECUACIÓN CUADRÁTICA DEBE TENER 1 SOLUCIÓN ÚNICA; PARA ESTO: $\Delta = 0$

$$0 \text{ SEA: } \Delta = 16 + 4(K+4) = 0$$

$$\text{DE ASÍ: } K = -8$$

OBJ: PARA QUE EL SISTEMA TENGA SOLUCIÓN ÚNICA, LA ECUACIÓN CUADRÁTICA DEBE TENER 1 SOLUCIÓN ÚNICA; PARA ESTO: $\Delta = 0$

$$0 \text{ SEA: } \Delta = 16 + 4(K+4) = 0$$

$$\text{DE ASÍ: } K = -8$$

OBJ: PARA QUE EL SISTEMA TENGA SOLUCIÓN ÚNICA, LA ECUACIÓN CUADRÁTICA DEBE TENER 1 SOLUCIÓN ÚNICA; PARA ESTO: $\Delta = 0$

$$0 \text{ SEA: } \Delta = 16 + 4(K+4) = 0$$

$$\text{DE ASÍ: } K = -8$$

OBJ: PARA QUE EL SISTEMA TENGA SOLUCIÓN ÚNICA, LA ECUACIÓN CUADRÁTICA DEBE TENER 1 SOLUCIÓN ÚNICA; PARA ESTO: $\Delta = 0$

$$0 \text{ SEA: } \Delta = 16 + 4(K+4) = 0$$

$$\text{DE ASÍ: } K = -8$$

OBJ: PARA QUE EL SISTEMA TENGA SOLUCIÓN ÚNICA, LA ECUACIÓN CUADRÁTICA DEBE TENER 1 SOLUCIÓN ÚNICA; PARA ESTO: $\Delta = 0$

$$0 \text{ SEA: } \Delta = 16 + 4(K+4) = 0$$

$$\text{DE ASÍ: } K = -8$$

OBJ: PARA QUE EL SISTEMA TENGA SOLUCIÓN ÚNICA, LA ECUACIÓN CUADRÁTICA DEBE TENER 1 SOLUCIÓN ÚNICA; PARA ESTO: $\Delta = 0$

$$0 \text{ SEA: } \Delta = 16 + 4(K+4) = 0$$

$$\text{DE ASÍ: } K = -8$$

OBJ: PARA QUE EL SISTEMA TENGA SOLUCIÓN ÚNICA, LA ECUACIÓN CUADRÁTICA DEBE TENER 1 SOLUCIÓN ÚNICA; PARA ESTO: $\Delta = 0$

$$0 \text{ SEA: } \Delta = 16 + 4(K+4) = 0$$

$$\text{DE ASÍ: } K = -8$$

OBJ: PARA QUE EL SISTEMA TENGA SOLUCIÓN ÚNICA, LA ECUACIÓN CUADRÁTICA DEBE TENER 1 SOLUCIÓN ÚNICA; PARA ESTO: $\Delta = 0$

Problema N° 25

Dados los conjuntos:

$$A = \{\phi; \{x\}; \{x, \phi\}\}$$

$$B = \{\phi\}$$

$$C = \{\{x\}; x; \phi\}$$

Determine el valor de verdad de:

- I) $B \subset A$ II) $B \subset C$
 III) $B \cap C = \phi$ IV) $C \subset A$
 A) VVFF B) FVVF
 C) FFFF D) VVFF
 E) VVVV

Problema N° 26

Señale la secuencia correcta al determinar si las proposiciones dadas son verdaderas (V) o falsas (F).

- I. Si $A \subset U$, $\{A\}$ es un conjunto unitario.
 II. $\{\phi\}$ es el conjunto vacío.
 III. Si $\{\{1\}, \{2\}\} = B$, entonces $\{1, 2\} \in B$.
 A) VFF B) FVF
 C) FFV D) FFF
 E) FVV

Problema N° 27

$$\text{Si } A = \{a, \{a\}, \{\phi\}, \phi\}$$

Cuál(es) de los siguientes enunciados son verdaderos.

- I. $\{a\} \in A \wedge \{a\} \subset A$
 II. $\{\phi\} \subset A \wedge \{\{\phi\}\} \in A$
 III. $\{a, \phi\} \subset A \wedge \{\{a\}, \{\phi\}\} \subset A$

- A) Sólo II y III B) Sólo I y III
 C) Sólo I D) Sólo II
 E) Sólo III

Problema N° 28

Determine de las siguientes proposiciones:

- I. $\{\phi\} \cup \{0\} = \{0\}$
 II. $\phi \cap \{\phi\} = \phi$
 III. $\phi \in \{0, \phi, \{0, \phi\}\}$
 IV. $\phi \subset \{0\}$
 Son correctos.
 A) Sólo I y II B) Sólo II, III y IV
 C) Sólo II y III D) Sólo I, III y IV
 E) Sólo I, II y III

Problema N° 29

Señale la secuencia correcta, al determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

- I. $A \cap B \subset A \rightarrow B \subset A$
 II. $A \cup B \subset A \rightarrow B \subset A$
 III. $A \cup \{A\} = A$
 A) VFF B) FVF
 C) FVV D) FFF
 E) VVV

Problema N° 30

Si A, B y C son conjuntos de un universo local U cuál(es) de los siguientes enunciados son correctos.

- I. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
 II. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
 III. $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$

Problema N° 43

Sean los conjuntos:

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{\phi; \{1, 2\}\}, D = \{x/x \in P(A) \cap P(B)\}, \text{ determine el conjunto}$$

$$E = P(A) \setminus (D \cup C).$$

- A) $\{1\}$ B) $\{1, 2\}$ C) $\{\{1\}\}$
 D) $\{\{1\}, 2\}$ E) $\{\phi; 1\}$

Problema N° 44

Cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos, si A, B, C son conjuntos.

- I. $[A \subset B \leftrightarrow P(A) \subset P(B)] \wedge [P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)]$
 II. $[(a) \in A \leftrightarrow \{a\} \in P(A)] \rightarrow [(A \subset B) \rightarrow A \cup B = B]$
 III. $[P(A) \cup P(B) \subset P(A \cup B)] \Delta [P(\phi) = \phi]$
 A) Sólo I y II B) I, II y III C) Sólo II y III
 D) Sólo II E) Sólo III

Problema N° 45

Si $A * B = (A \cup B) \setminus A^C$, indique cuál(es) de los siguientes son verdaderos.

- I. $A * B = B * A$
 II. $A * (B \cap C) = (A * B) \cap (A * C)$
 III. $A \cap (B * C) = (A \cap B) * (A \cap C)$
 A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
 D) Sólo I y II E) Sólo II y III

Problema N° 46

Si $n(P(A)) = 128$, $n(P(B)) = 16$ y $n(P(A \cap B)) = 8$, hallar $n(P(A \cup B))$.

- A) 32 B) 128 C) 256
 D) 512 E) 1024

Problema N° 47

Considere tres conjuntos: A, B y C tales que: $C \cap A = C$; $n(C) = 150$; $n(A \cap B) = 90$; $n((A \cup B) - C) = 6n(C)$, halle $n(U)$.

Problema N° 115

Determine la mayor de las raíces de:

$$12x^4 + 91x^3 + 194x^2 + 91x + 12 = 0$$

- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{4}$
D) 1 E) 2

Problema N° 116

Calcular la suma de las raíces no reales de la ecuación:

$$2x^5 - 7x^4 + 6x^3 - 6x^2 + 7x - 2 = 0$$

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0
D) $\frac{1}{2}$ E) 1

Problema N° 117

Resolver la ecuación:

$$\sqrt{\frac{x}{\sqrt{x}-2}} = 1 + \sqrt{-2+\sqrt{x}}$$

e indique la suma de las cifras de la solución.

- A) 2 B) 4 C) 7
D) 9 E) 13

Problema N° 118

Si $x > -1$, calcule la suma de las soluciones reales de la ecuación:

$$\frac{\sqrt{x^2+8x}}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+7} = \frac{7}{\sqrt{x+1}}$$

- A) 1 B) 3 C) 8
D) 9 E) 10

Problema N° 119

En relación a la ecuación:

$$\sqrt{2x^2+1} + \sqrt{2x^2-1} = \frac{2}{\sqrt{3-2x^2}}$$

Cuál(es) de los siguientes enunciados son correctos:

- I. Existen cuatro raíces.
II. Las raíces x están limitadas por:

$$\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

III. El producto de raíces es igual que: $13/20$.

- A) I y II B) I, II y III
C) II y III D) Sólo I
E) Sólo II

Problema N° 120

¿Cuántas soluciones tiene la ecuación?

$$\sqrt{2x^2+3x+5} + \sqrt{2x^2-3x+5} = 3x$$

- A) 4 B) 3 C) 2
D) 1 E) $1/2$

Problema N° 121

Resuelva:

$$\sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{x+11} + \sqrt{3x-11}$$

e indique la suma de las cifras de x^2 .

- A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

Problema N° 122

Si A es el conjunto solución de la siguiente

inecuación: $\sqrt{\frac{-x^2-3x}{-4+3x}} \leq -x$, entonces A es:

- A) $\left[0, \frac{4}{3}\right]$ B) $(-\infty, -3] \cup \{0\}$
C) $(-3, 0]$ D) $\left(-\infty, \frac{4}{3}\right)$
E) $(-\infty, -3] \cup \left[0, \frac{4}{3}\right]$

Problema N° 123

Al resolver la inecuación:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{2-x} > -6$$

se obtiene como conjunto solución al intervalo $[a; b]$. Entonces ab es:

- A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

Problema N° 124

Al resolver:

$$\frac{\sqrt[3]{4-x}}{\sqrt{x^2-2} \cdot \sqrt[5]{x+6}} > 0$$

se obtiene $(a; b) \cup (c; d)$, determine: $a+b+c+d$.

- A) -2 B) -1 C) 0
D) 2 E) 4

Problema N° 125

Si S es el conjunto solución de la inecuación:

$$\frac{\sqrt[5]{4-x^2} (x+2)^9 \sqrt[3]{x-3}}{(x+1)^8 (x^3)^5 \sqrt{x^2-x+1}} > 0$$

entonces la suma de los elementos enteros del conjunto S es:

- A) 0 B) 1 C) -2
D) 3 E) 4

Problema N° 126

Determine el conjunto por extensión:

$$A = \{x \in \mathbb{R} / \sqrt[5]{2-x} \sqrt[11]{x+1} \sqrt[17]{x^2-9} > 0\}$$

Si $A = (a; b) \cup (c; d)$, halle $a+b+c+d$

- A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) 3

Problema N° 127

Al resolver la inecuación:

$$\sqrt[3]{x^3-3x^2+5x-6} > x-2$$

se obtiene por conjunto solución

$(-\infty; a) \cup (b; +\infty)$, entonces ab es:

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2
D) 3 E) 5

Problema N° 128

En relación a la desigualdad:

$$25\sqrt{x-\pi^2} \leq 24\sqrt{\sqrt{x}-\sqrt{x^2-6x}} \quad x-8$$

Problema N° 149

Sean las funciones:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x+1) = 3x-1$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / g(x-1) = 2x+1$$

y el conjunto $M = \{x \in \mathbb{Z}^+ / f(x) < g(x)\}$, hallar el cardinal del conjunto M.

- A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

Problema N° 150

Sean las funciones f, g y h que cumplen: $f \circ g = h$. Determine el mayor dominio posible de h, sabiendo que:

$$g(x) = \frac{1-x}{1+x}$$

$$h(x) = \frac{1+x}{1-x}$$

- A) \mathbb{R} B) $\mathbb{R} - \{1\}$
C) $\mathbb{R} - \{-1\}$ D) $\mathbb{R} - \{\pm 1\}$
E) $\mathbb{R} - \{0\}$

Problema N° 151

Se define las funciones:

$$f = \{(1;2), (2;3), (3;5), (4;7)\}$$

$$g = \{(0;3), (1;2), (2;1), (3;4)\}$$

Hallar el producto de los elementos del rango de la función:

$$h = (f \circ g) + (g \circ f)$$

- ❖ A) 12 B) 18 C) 24
❖ D) 36 E) 48

Problema N° 152

Si las funciones f y g verifican:

$$(f \circ g)(x) = 10x + 14$$

$$f(x) = 5x - 1$$

Determine g(x) y calcule $(g \circ f)(x)$. Dé como respuesta la función gof.

- ❖ A) $5x+6$ B) $10x+1$
❖ C) $10x-5$ D) $5x-10$
❖ E) $10x-1$

Problema N° 153

La función real $f(x) = ax + b$, $x \in \mathbb{R}$, corta a los ejes coordenados formando en el segundo cuadrante un triángulo de área $3u^2$. Si $f(3) = 4$, calcular el valor de $a-b$ si $a > 0$ y $b > 0$.

- ❖ A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $\frac{4}{3}$
❖ D) $\frac{3}{2}$ E) 4

Problema N° 154

Si f es una función afín, de manera que $f(1) = 2$ y $f(2) = 1$ dar como respuesta $f(10) + f(-10)$.

- ❖ A) 0 B) 1 C) 2
❖ D) 3 E) 6

Problema N° 195Si $f: [2;3] \rightarrow \mathbb{R}$ es definida por $f(x) = 2|x-1| + 2$. Determinar $f^*(5)$

- A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) 4 D) 5 E) $\frac{11}{2}$

Problema N° 196

Sea la función $f(x) = -\frac{2x+7}{x+3}$, cuyo dominio es $(-\infty; -3) \cup (-3; 1)$. Halle el dominio de la función inversa f^* .

- A) $\langle -2; +\infty \rangle$ B) $\langle -\infty; -2 \rangle \cup \langle 9/4; +\infty \rangle$ C) $\langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle 9/4; +\infty \rangle$
D) $\langle -\infty; -9/4 \rangle \cup \langle -2; +\infty \rangle$ E) \mathbb{R}

Problema N° 197

Halle $f^*(x)$ si: $f(x) = \sqrt{\frac{2|x|+x+2}{3x^{3/2}+2x^{1/2}}}$ dar como respuesta $f^*(1)$.

- A) 0 B) 1 C) $\sqrt{2}$
D) 4 E) $\sqrt{5}$

Problema N° 198Determine la inversa de la función f, si $f(x) = \sqrt{2x-3}$.

- A) $f^*(x) = \frac{x^2+3}{2}; x \geq 1$ B) $f^*(x) = \frac{x^2-3}{2}; x \geq 0$ C) $f^*(x) = \frac{x^2+3}{2}; x \geq 0$
D) $f^*(x) = \frac{x^2+3}{2}; x \geq 1$ E) No existe f^*

Problema N° 199

Determine la función inversa de f:

$$f(x) = x + 4\sqrt{x}; x \in [0;1]$$

Dado el polinomio:

$$P(x; y) = (n-1)x^{5-n}y^3 + x^4y^{n-3} + 7x^ny^4 + n^2$$

halle la suma de sus coeficientes para el mayor valor que puede tomar n .

- A) 25 B) 35 C) 36
D) 37 E) 39

Problema N° 215

Si P es un polinomio definido por:

$$P(x) = 5x^{\frac{n}{2}} - 3x^{n-6} + \frac{1}{2}x^{42-n} + \sqrt{2}x^{\frac{n}{7}}$$

Entonces el número de valores enteros que admite n es:

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Problema N° 216

Si: $P(x; y; z) = [x^{m+1}yz^{n-1} + (xy)^{m-1}z^n] \cdot x^m y^{2n+1} z$

$$P(\lambda^3x; \lambda^3y; \lambda^3z) = \lambda^{51}P(x; y; z)$$

$$GR_y(P) = 10$$

Calcule: $T = (m+n)(m+2n)$

- A) 45 B) 46 C) 48
D) 49 E) 52

Problema N° 217

La suma de los grados absolutos de todos los términos de un polinomio homogéneo y completo de dos variables es 132. ¿Cuál es su grado absoluto?

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

Si $P(x) = 3x^{p+5-n} - 4x^{3+n-m} + 7x^{m-6}$ es un polinomio completo y ordenado en forma ascendente. Determine el valor de: $E = 3n + 2m - p$

- A) 30 B) 33 C) 35 D) 38 E) 41

Problema N° 223

El polinomio: $P(x) = x^{2a+1} + 2x^{b+3} + 3x^{c+2} + \dots + 2c$, es completo y ordenado. Halle el valor de: $M = a + b + c$.

- A) 4 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16

Problema N° 224

Si $2x^3 - 5 = a + b(x-3)^2 + c(x-3) + d(x-3)^3$ para todo $x \in \mathbb{R}$, determine el valor de:

$$E = (a+b)(c+d)$$

- A) 121 B) 360 C) 1 562
D) 3 752 E) 4 722

Problema N° 225

Si el polinomio: $P(x) = a(x+2)^2 + b(x+3)^2 - (2x+3)^2 + c$, es idénticamente nulo. Entonces, determine el valor de: $E = \sqrt{a-b}$

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Problema N° 226

Si $P(x) = (a+c-3abc)x^2y + (a+b-6abc)xy + (b+c-7abc)$ es idénticamente nulo, calcular el

valor de: $A = \left(\frac{abc}{a+b+c} \right)^2$

- A) 60 B) 61 C) 62
D) 63 E) 64

Determine el término independiente de uno de los factores primos del polinomio P si:

$$P(x) = (x+1)(x-3)(x+4)(x-6) + 38$$

- A) -5 B) 1 C) 2 D) 3 E) 9

Problema N° 273

¿Cuántos factores primos lineales tiene el polinomio P, si:

$$P(x) = (x+2)^4 + (x+5)^2 - 6(x+2) - 8$$

- A) ninguno B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Problema N° 274

Halle la suma de los factores primos del polinomio:

$$P(x) = (2x^2 - 9x + 1)^2 + 24(2x - 1)(x - 1)x$$

- A) $3x+4$ B) $3x+3$ C) $3x+2$
D) $3x+1$ E) $2x+3$

Problema N° 275

Si $P(x,y,z) = 5(x^2 + y^2 - z^2) + 10xy + 2(x+y+z)^2 + 2(x+y-z)^2$ es un polinomio factorizable, entonces un factor primo es:

- A) $x+y+z$ B) $3x+y-3z$ C) $3x-3y+z$
D) $3x+3y-z$ E) $3x+y+z$

Problema N° 276

Si P es un polinomio factorizable definido por:

$$P(x,y) = 4(x^2 + y - 1)^3 - (x^2 - 1) \cdot (2x^2 + 3y - 2)^2$$

entonces un factor primo es:

- A) $x^2 - 4y + 3$ B) $3x^2 - xy + y^2$ C) $4x^2 + 3y - 3$
D) $3x^2 + 4y - 3$ E) $3x^2 + xy + 4y$

Resuelva la ecuación $w^2 = 8 - 6i$, de como respuesta el producto de los módulos de las raíces.

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Problema N° 339

Simplifique: $z = \left(\frac{1+i \tan \alpha}{1-i \tan \alpha} \right) \left(\frac{1+i \tan 2\alpha}{1-i \tan 2\alpha} \right)$ e indique $\frac{\text{Im}(z)}{\text{Re}(z)}$, si $\cos \alpha \neq 0$, $\cos 2\alpha \neq 0$, $\cos 6\alpha \neq 0$.

- A) $\tan 3\alpha$ B) $\tan 4\alpha$ C) $\tan 6\alpha$ D) $\tan 8\alpha$ E) $\tan 12\alpha$

Problema N° 340

Si $(a+bi)^n = r+si$, $n \in \mathbb{Z}$, $\{a,b;r;s\} \subset \mathbb{R}$, determine: $E = \frac{(a^2+b^2)^n}{r^2+s^2}$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) i E) 2i

Problema N° 341

Al graficar las raíces de la ecuación $z^{50} - 1 = i$ en el plano complejo, el número de raíces que se encuentran en el tercer cuadrante es:

- A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Problema N° 342

Si: $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ y $\text{Re} \left(\frac{a+bi}{1+ci} \right) = 0$, $\text{Im} \left(\frac{c-ai}{b+i} \right) = 0$, calcule $E = b^2 + \frac{c^2}{a^2}$, a y c no nulos.

- A) $\frac{5}{4}$ B) 2 C) $\frac{8}{3}$ D) 4 E) $\frac{17}{4}$

Problema N° 343

Si $z = x+iy$, $x \in \mathbb{R}$, $y \neq 0$. Además $1+z^2 \neq 0$, entonces para que el número $w = \frac{z}{1+z^2}$ sea real el módulo de z debe ser:

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

Halle el conjunto solución de: $\frac{\sqrt{\ln(ex)} + \sqrt{\ln(x/e)}}{\sqrt{\ln(ex)} - \sqrt{\ln(x/e)}} = (\sqrt{2} + 1)^2$

- A) $\left\{\frac{e}{3}\right\}$ B) $\left\{\frac{e}{2}\right\}$ C) $\{e\}$ D) $\{e^2\}$ E) $\{e^3\}$

Problema N° 432

Resuelva la ecuación: $x^{e^{\ln x}} - \frac{x^{2+e^2}}{e^{2e}} = 0$ e indique su raíz de menor valor:

- A) e^{2e} B) e^e C) $e^{1/e}$ D) $e^{2/e}$ E) $e^{3/e}$

Problema N° 433

Determine la suma de las raíces de la siguiente ecuación:

$$[\log_2(2x+1)]^2 + \log_2(2x+1)^2 = 3$$

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{7}{16}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{16}$

Problema N° 434

Resolver:

$$\log_{2x}\left(\frac{1}{4}\right) + \log_{\left(\frac{x}{8}\right)} 2 + \log_{8x}(2) = 0$$

- A) $\frac{1}{512}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{3}{28}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 5

Problema N° 435

Resolver:

$$\log_x \left[\frac{\log_3 2}{\log_3(\log_{\sqrt{2}} x)} \right]^{\log_3 x} + 1 = 0$$

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16