

Câu I. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + mx + 1$ (C_m), m là tham số.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi $m = 1$.

2. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho góc \widehat{BMC} bằng 45° , biết $M(-1; 2)$ và điểm A có hoành độ bằng 1.

1. Khi $m = 1$, ta có: $y = -x^3 - x^2 + x + 1$.

• Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

• Sự biến thiên:

- Chiều biến thiên: $y' = -3x^2 - 2x + 1$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = \frac{1}{3}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$; nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

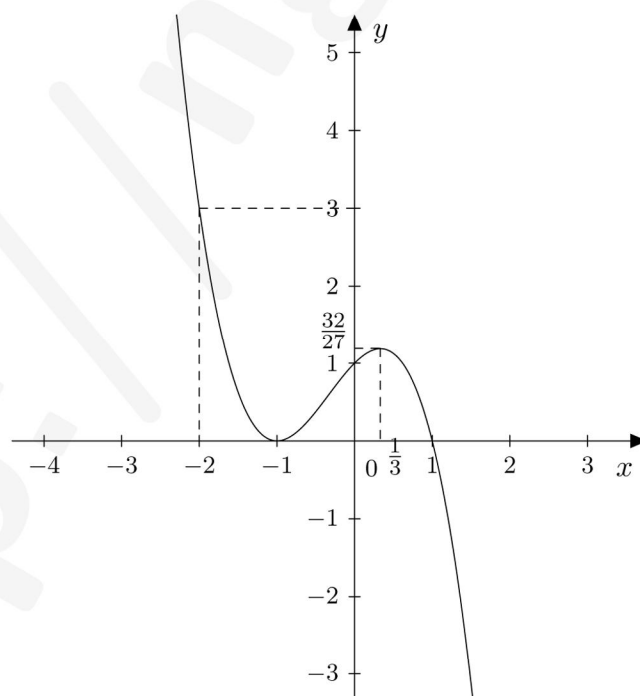
- Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$, $y_{CT} = 0$; hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{1}{3}$, $y_{CD} = \frac{32}{27}$.

- Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				$\frac{32}{27}$		$-\infty$

• Đồ thị:



2. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C_m) với trục hoành là:

$$-x^3 - mx^2 + mx + 1 = 0 \Leftrightarrow (-x + 1)(x^2 + (m + 1)x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + (m + 1)x + 1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1, nghĩa là
$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 > 0 \\ m + 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -3 \end{cases} \quad (*)$$
 Gọi $B(x_1; 0), C(x_2; 0)$, trong đó x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình (1). Do đó theo định lí Viét, ta có: $x_1 + x_2 = -m - 1, x_1 x_2 = 1$.

Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} &= |\overrightarrow{MB}| \cdot |\overrightarrow{MC}| \cdot \cos(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}) \\ \Leftrightarrow (x_1 + 1)(x_2 + 1) + 4 &= \sqrt{(x_1 + 1)^2 + 4} \cdot \sqrt{(x_2 + 1)^2 + 4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow \sqrt{2}(x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 5) &= \sqrt{(x_1^2 + 2x_1 + 5)(x_2^2 + 2x_2 + 5)} \\ \Leftrightarrow \sqrt{2}(x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 5) &= \sqrt{x_1^2 x_2^2 + 2x_1 x_2(x_1 + x_2) + 5(x_1 + x_2)^2 - 6x_1 x_2 + 10(x_1 + x_2) + 25} \\ \Leftrightarrow \sqrt{2}(5 - m) &= \sqrt{5m^2 - 2m + 13} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 5 \\ 3m^2 + 18m - 37 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow m &= \frac{-9 \pm 8\sqrt{3}}{3} \quad (\text{thỏa mãn } (*)) \end{aligned}$$

Vậy giá trị m cần tìm là $m = \frac{-9 \pm 8\sqrt{3}}{3}$. ■

Câu II.

1. Giải phương trình $\frac{2}{\sin 2x} + \frac{1}{\sin x \sin\left(3x - \frac{3\pi}{2}\right)} = 4 + 8 \cos 2x$.

1. Điều kiện:
$$\begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \sin\left(3x - \frac{3\pi}{2}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{k\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin x \cos x} + \frac{1}{\sin x \cos 3x} &= 4 + 8 \cos 2x \\ \Leftrightarrow \frac{\cos 3x + \cos x}{\sin x \cos x \cos 3x} &= 4 + 8 \cos 2x \\ \Leftrightarrow \frac{2 \cos 2x \cos x}{\sin x \cos x \cos 3x} &= 4 + 8 \cos 2x \\ \Leftrightarrow \frac{2 \cos 2x}{\sin x \cos 3x} &= 4 + 8 \cos 2x \\ \Leftrightarrow \cos 2x &= 2 \cos 3x (\sin x + 2 \sin x \cos 2x) \\ \Leftrightarrow \cos 2x &= 2 \cos 3x \sin 3x \\ \Leftrightarrow \cos 2x &= \sin 6x \\ \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) &= \sin 6x \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \end{cases}, &(\text{thỏa mãn điều kiện}) \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4}, x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. ■

Câu II.

2. Giải bất phương trình $\frac{2x^4 + 2x^2}{\sqrt{x+1}} + (x+2)\sqrt{x+1} > x^3 + 2x^2 + 5x$.

2. Điều kiện: $x > -1$.

Biến đổi bất phương trình đã cho thành

$$\begin{aligned} & \frac{2x(x^3 + x)}{\sqrt{x+1}} + (x+2)\sqrt{x+1} > x^3 + x + 2x(x+2) \\ \Leftrightarrow & (x^3 + x) \left(\frac{2x}{\sqrt{x+1}} - 1 \right) - (x+2)\sqrt{x+1} \left(\frac{2x}{\sqrt{x+1}} - 1 \right) > 0 \\ \Leftrightarrow & (x^3 + x - (x+2)\sqrt{x+1}) (2x - \sqrt{x+1}) > 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^3 + x - (x+2)\sqrt{x+1} > 0 \\ 2x - \sqrt{x+1} > 0 \\ x^3 + x - (x+2)\sqrt{x+1} < 0 \\ 2x - \sqrt{x+1} < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t, t \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

- Trường hợp 1: $\begin{cases} f(x) > f(\sqrt{x+1}) \\ 2x - \sqrt{x+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \sqrt{x+1} \\ 2x > \sqrt{x+1} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$
- Trường hợp 2: $\begin{cases} f(x) < f(\sqrt{x+1}) \\ 2x - \sqrt{x+1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \sqrt{x+1} \\ 2x < \sqrt{x+1} \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x < \frac{1+\sqrt{17}}{8}.$

So sánh điều kiện ta nhận được nghiệm $-1 < x < \frac{1+\sqrt{17}}{8}$ hoặc $x > \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. ■

Câu III. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{(x+1)\sin 2x + x\sin x}{1+2\cos x} dx$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } I &= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{(x+1)\sin 2x + x\sin x}{1+2\cos x} dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{2x\sin x \cos x + 2\sin x \cos x + x\sin x}{2\cos x + 1} dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x(2\cos x + 1) + 2\sin x \cos x}{2\cos x + 1} dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{3}} x\sin x dx + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{2\cos x}{2\cos x + 1} \sin x dx \\ \bullet \text{ Tính } I_1 &= \int_0^{\frac{\pi}{3}} x\sin x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x. \end{cases} \end{aligned}$$

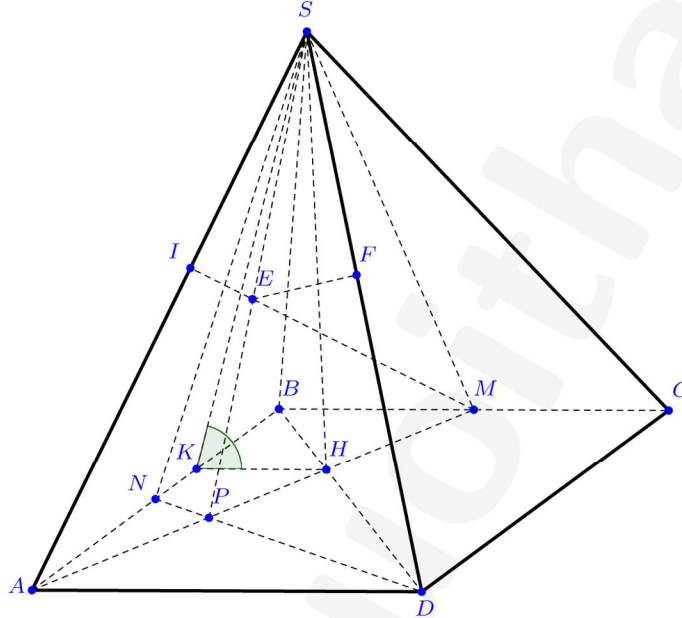
$$\text{Khi đó } I_1 = -x\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = (-x\cos x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = -\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\bullet \text{ Tính } I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{2\cos x}{2\cos x + 1} \sin x dx. \text{ Đặt } t = 2\cos x + 1 \Rightarrow \sin x dx = -\frac{1}{2} dt. \text{ Đổi cận } \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 3. \end{cases}$$

Khi đó $I_2 = -\frac{1}{2} \int_2^3 \frac{t-1}{t} dt = \frac{1}{2} \int_2^3 \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt = \frac{1}{2} (t - \ln|t|)|_2^3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$.

Vậy $I = -\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$. ■

Câu IV. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , mặt phẳng (SAB) tạo với mặt đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm BC . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AM và BD . Gọi I là điểm nằm trên cạnh SA sao cho MI vuông góc với SD . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng MI và SD theo a .



• *Tính $V_{S.ABCD}$:* Gọi $H = AM \cap BD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Vẽ $HK \perp AB (K \in AB) \Rightarrow AB \perp (SHK) \Rightarrow AB \perp SK \Rightarrow ((SAB), (\widehat{ABCD})) = \widehat{SKH} = 60^\circ$.

Ta có $BM \parallel AD \Rightarrow \frac{BH}{HD} = \frac{BM}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BH}{BD} = \frac{1}{3}$.

Do $HK \parallel AD$ nên theo định lý Ta-Lét, ta có: $\frac{HK}{AD} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow HK = \frac{1}{3}AD = \frac{a}{3}$.

Trong tam giác vuông SHK có $SH = HK \cdot \tan \widehat{SKH} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. ■

• *Tính $d(MI, SD)$:* Gọi N là trung điểm AB , $P = ND \cap AM$, $E = MI \cap SP$.

Ta có $\triangle AND = \triangle BMA \Rightarrow ND \perp AM \Rightarrow ND \perp (SAM) \Rightarrow ND \perp MI$.

Mà $MI \perp SD \Rightarrow MI \perp (SND)$. Vẽ $EF \perp SD (F \in SD) \Rightarrow MI \perp EF$.

Như vậy EF là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng MI và SD , suy ra $d(MI, SD) = EF$.

Ta có $PD = \frac{AD^2}{ND} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$, $AP = \sqrt{AD^2 - PD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$, $PM = AM - AP = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$, $AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{5}}{3}$,

$PH = AH - AP = \frac{2a\sqrt{5}}{15}$, $SP = \sqrt{SH^2 + PH^2} = \frac{a\sqrt{95}}{15}$, $SD = \sqrt{SP^2 + PD^2} = \frac{a\sqrt{11}}{3}$.

Hai tam giác MEP , SHP đồng dạng $\Rightarrow \frac{EP}{PH} = \frac{MP}{SP} \Rightarrow EP = \frac{PH \cdot MP}{SP} = \frac{3a\sqrt{95}}{95} \Rightarrow SE = \frac{2a\sqrt{95}}{57}$.

Hai tam giác SFE , SPD đồng dạng $\Rightarrow \frac{EF}{PD} = \frac{SE}{SD} \Rightarrow EF = \frac{PD \cdot SE}{SD} = \frac{4a\sqrt{209}}{209}$.

Vậy $d(MI, SD) = \frac{4a\sqrt{209}}{209}$. ■

Câu V. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $xy + yz + zx = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 5x^2 + y^2 + 2z^2 + \frac{5}{16x^2 + z^2 + 6xy + 12yz}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô - Si, ta có:

$$\begin{aligned} 5x^2 + y^2 + 2z^2 &= \left(3x^2 + \frac{1}{3}y^2\right) + \left(\frac{2}{3}y^2 + \frac{3}{2}z^2\right) + \left(\frac{1}{2}z^2 + 2x^2\right) \\ &\geq 2\sqrt{3x^2 \cdot \frac{1}{3}y^2} + 2\sqrt{\frac{2}{3}y^2 \cdot \frac{3}{2}z^2} + 2\sqrt{\frac{1}{2}z^2 \cdot 2x^2} \\ &\geq 2xy + 2yz + 2zx = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16x^2 + z^2 + 6xy + 12yz &= 16x^2 + z^2 + 2 \cdot 3x \cdot y + 2 \cdot 2y \cdot 3z \\ &\leq 16x^2 + z^2 + (9x^2 + y^2) + (4y^2 + 9z^2) \\ &= 5(5x^2 + y^2 + 2z^2) \end{aligned}$$

Do đó

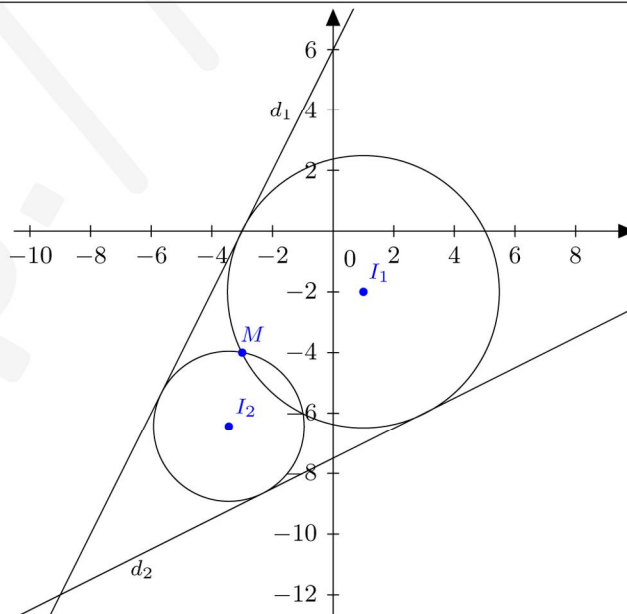
$$\begin{aligned} P &\geq 5x^2 + y^2 + 2z^2 + \frac{1}{5x^2 + y^2 + 2z^2} \\ &= \frac{3}{4}(5x^2 + y^2 + 2z^2) + \frac{1}{4}(5x^2 + y^2 + 2z^2) + \frac{1}{5x^2 + y^2 + 2z^2} \\ &\geq \frac{3}{4}(5x^2 + y^2 + 2z^2) + 2\sqrt{\frac{1}{4}(5x^2 + y^2 + 2z^2) \cdot \frac{1}{5x^2 + y^2 + 2z^2}} \\ &\geq \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi
$$\begin{cases} 5x^2 + y^2 + 2z^2 = 2 \\ xy + yz + zx = 1 \\ 6x = 2y = 3z \\ x, y, z > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{11}}{11} \\ y = \frac{3\sqrt{11}}{11} \\ z = \frac{2\sqrt{11}}{11} \end{cases}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng $\frac{5}{2}$. ■

Câu VIa.

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1 : 2x - y + 6 = 0$, $d_2 : x - 2y - 15 = 0$ và điểm $M(-3; -4)$. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua điểm M và tiếp xúc với hai đường thẳng d_1, d_2 .



1. Gọi $I(a; b)$, R là tâm và bán kính của đường tròn (C) .

Từ giả thuyết ta có $d(I, d_1) = d(I, d_2) = MI = R \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|2a - b + 6|}{\sqrt{5}} = \frac{|a - 2b - 15|}{\sqrt{5}} \\ \frac{|2a - b + 6|}{\sqrt{5}} = \sqrt{(a + 3)^2 + (b + 4)^2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b + 6 = a - 2b - 15 \\ \frac{(2a - b + 6)^2}{5} = (a + 3)^2 + (b + 4)^2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 2a - b + 6 = -a + 2b + 15 \\ \frac{(2a - b + 6)^2}{5} = (a + 3)^2 + (b + 4)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -a - 21 \\ a^2 + 38a + 761 = 0 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} b = a - 3 \\ 9a^2 + 22a - 31 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = -\frac{31}{9} \\ b = -\frac{58}{9} \end{cases}.$

• Với $a = 1, b = -2$ ta có $R = 2\sqrt{5}$.

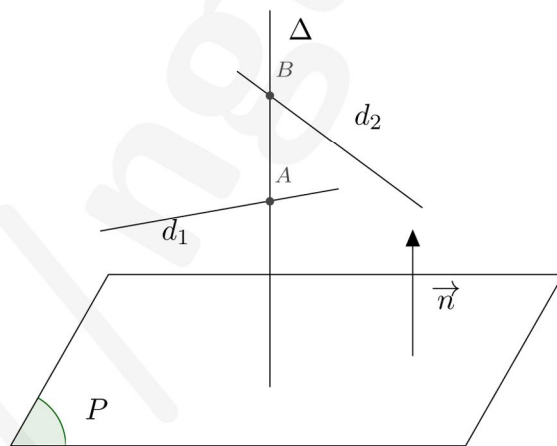
• Với $a = -\frac{31}{9}, b = -\frac{58}{9}$ ta có $R = \frac{10\sqrt{5}}{9}$.

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là:

$(C) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 20 \text{ hoặc } (C) : \left(x + \frac{31}{9}\right)^2 + \left(y + \frac{58}{9}\right)^2 = \frac{500}{9}. \blacksquare$

Câu VIa.

2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + y - z + 1 = 0$ và hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2 : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) và đồng thời cắt hai đường thẳng d_1, d_2 .



2. Gọi $A = d_1 \cap \Delta, B = d_2 \cap \Delta$.

Do $A \in d_1, B \in d_2$ nên ta có $A(-a + 1; a + 2; 2a + 3), B(-b + 2; -2b + 2; b)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (a - b + 1; -a - 2b; -2a + b - 3).$

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

Do đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) nên \overrightarrow{AB} và \vec{n} là 2 vectơ cùng phương.

Như vậy ta có: $\frac{a - b + 1}{1} = \frac{-a - 2b}{1} = \frac{-2a + b - 3}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \end{cases}$

$\Rightarrow A(3; 0; -1), B(-1; -4; 3) \text{ và } \overrightarrow{AB} = (-4; -4; 4).$

Vậy đường thẳng Δ có phương trình $\Delta : \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}. \blacksquare$

Câu VIIa. Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn phương trình $4z^2 + \frac{4\bar{z}}{1+i} + 11i = 0$.

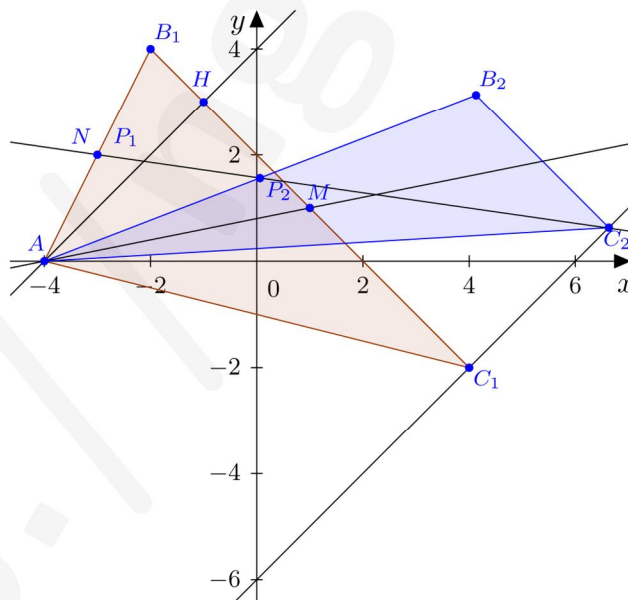
Gọi $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Từ phương trình ta có:

$$\begin{aligned}
 & 4(a + bi)^2 + \frac{4(a - bi)}{1 + i} + 11i = 0 \\
 \Leftrightarrow & 4(a^2 - b^2 + 2abi) + \frac{4(a - bi)(1 - i)}{(1 + i)(1 - i)} + 11i = 0 \\
 \Leftrightarrow & 4(a^2 - b^2) + 8abi + 2(a - b) - 2(a + b)i + 11i = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 4(a^2 - b^2) + 2(a - b) = 0 \\ 8ab - 2(a + b) + 11 = 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} (a - b)(2a + 2b + 1) = 0 \\ 8ab - 2(a + b) + 11 = 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} b = a \\ 8a^2 - 4a + 11 = 0 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} b = -a - \frac{1}{2} \\ 2a^2 + a - 3 = 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $z = 1 - \frac{3}{2}i$ hoặc $z = -\frac{3}{2} + i$. ■

Câu VIb.

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình đường cao $AH : x - y + 4 = 0$, trung tuyến $AM : x - 5y + 4 = 0$, điểm C nằm trên đường thẳng $\Delta : x - y - 6 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết trung tuyến xuất phát từ đỉnh C đi qua điểm $N(-3; 2)$.



1. Ta có $A = AH \cap AM \Rightarrow$ tọa độ điểm A là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x - y = -4 \\ x - 5y = -4 \end{cases} \Rightarrow A(-4; 0)$.

Do $C \in \Delta$ nên điểm C có tọa độ $C(t; t - 6)$.

Đường thẳng BC đi qua C và vuông góc với AH nên có phương trình $BC : x + y - 2t + 6 = 0$.

Ta có $M = AM \cap BC \Rightarrow$ tọa độ điểm M là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 2t - 6 \\ x - 5y = -4 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{5t - 17}{3}; \frac{t - 1}{3}\right)$.

Do M là trung điểm BC nên điểm B có tọa độ $B\left(\frac{7t - 34}{3}; \frac{-t + 16}{3}\right)$.

Gọi P là trung điểm $AB \Rightarrow P\left(\frac{7t-46}{6}; \frac{-t+16}{6}\right) B \Rightarrow \overrightarrow{CP} = \left(\frac{t-46}{6}; \frac{-7t+52}{6}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{CN} = (-t-3; -t+8)$. Do hai vectơ $\overrightarrow{CP}, \overrightarrow{CN}$ cùng phương nên ta có:

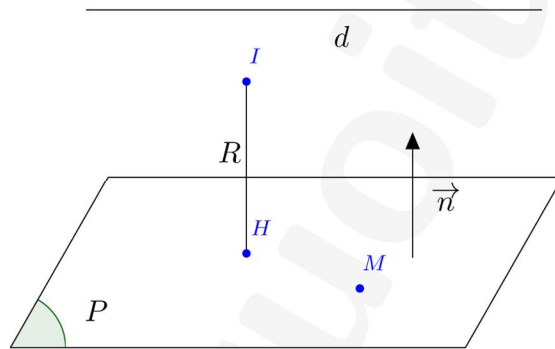
$$(-t+8)(t-46) - (-7t+52)(-t-3) = 0 \Leftrightarrow -8t^2 + 85t - 212 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = \frac{53}{8} \end{cases}$$

- Với $t = 4$, ta có $B(-2; 4), C(4; -2)$.
- Với $t = \frac{53}{8}$, ta có $B\left(\frac{33}{8}; \frac{25}{8}\right), C\left(\frac{53}{8}; \frac{5}{8}\right)$.

Vậy $A(-4; 0), B(-2; 4), C(4; -2)$ hoặc $A(-4; 0), B\left(\frac{33}{8}; \frac{25}{8}\right), C\left(\frac{53}{8}; \frac{5}{8}\right)$. ■

Câu VIb.

2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{-2}$, điểm $M(0; 1; 1)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 9$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M , song song với đường thẳng d và tiếp xúc mặt cầu (S) .



[2.] Gọi $H(a; b; c)$ là tiếp điểm của mặt cầu (S) với mặt phẳng (P) .

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; -2)$, bán kính $R = 3$.

Ta có $\overrightarrow{IH} = (a-1; b+1; c+2), \overrightarrow{MH} = (a; b-1; c-1), \overrightarrow{u_d} = (1; 2; -2)$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \\ \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{MH} = 0 \\ IH = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(a-1) + 2(b+1) - 2(c+2) = 0 \\ a(a-1) + (b-1)(b+1) + (c-1)(c+2) = 0 \\ (a-1)^2 + (b+1)^2 + (c+2)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b - 2c - 3 = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - a + c - 3 = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 2a + 2b + 4c - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b - 2c - 3 = 0 \\ a - 2b - 3c = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - a + c - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5c+3}{2} \\ b = \frac{-c+3}{4} \\ 13c^2 + 10c - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases} \text{ hoặc } \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{27}{13} \\ b = \frac{13}{13} \\ c = \frac{13}{13} \end{cases}$$

• Với $a = -1, b = 1, c = -1$, ta có $\overrightarrow{IH} = (-2; 2; 1)$.

• Với $a = \frac{27}{13}, b = \frac{9}{13}, c = \frac{3}{13}$, ta có $\overrightarrow{IH} = \left(\frac{14}{13}; \frac{22}{13}; \frac{29}{13}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua M và nhận vectơ \overrightarrow{IH} làm vectơ pháp tuyến.

Vậy $(P): -2x + 2y + z - 3 = 0$ hoặc $(P): 14x + 22y + 29z - 51 = 0$. ■

Câu VIIb. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2^{3x} + 2^{x-2y} + 4^{x+y} = 5 \\ 2x = 4y + \log_2(5 - 16^{x+y}) \end{cases}$

Điều kiện: $5 - 16^{x+y} > 0$.

$$\text{Biến đổi hệ phương trình thành } \begin{cases} 2^{(x-2y)+(2x+2y)} + 2^{x-2y} + 2^{2x+2y} = 5 \\ 4^{x-2y} + 4^{2x+2y} = 5 \end{cases}$$

Đặt $a = 2^{x-2y}, b = 2^{2x+2y}, (a, b > 0)$. Hệ phương trình trên trở thành

$$\begin{cases} ab + a + b = 5 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + ab = 5 \\ (a+b)^2 - 2ab = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + ab = 5 \\ (a+b)^2 - 2(a+b) - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + ab = 5 \\ \begin{cases} a + b = 3 \\ a + b = -5 \text{ (loại)} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ ab = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Với } \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}, \text{ ta có } \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

$$\bullet \text{ Với } \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}, \text{ ta có } \begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{6} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm $(x; y) = \left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right)$. ■

Kỳ Thi thử Đại Học lần 6 sẽ được tổ chức vào ngày 07/04/2013.
Địa chỉ: 78/5 Đinh Nghi Xuân, phường Bình Trị Đông, Tp HCM.
Liên hệ: 097380.9990