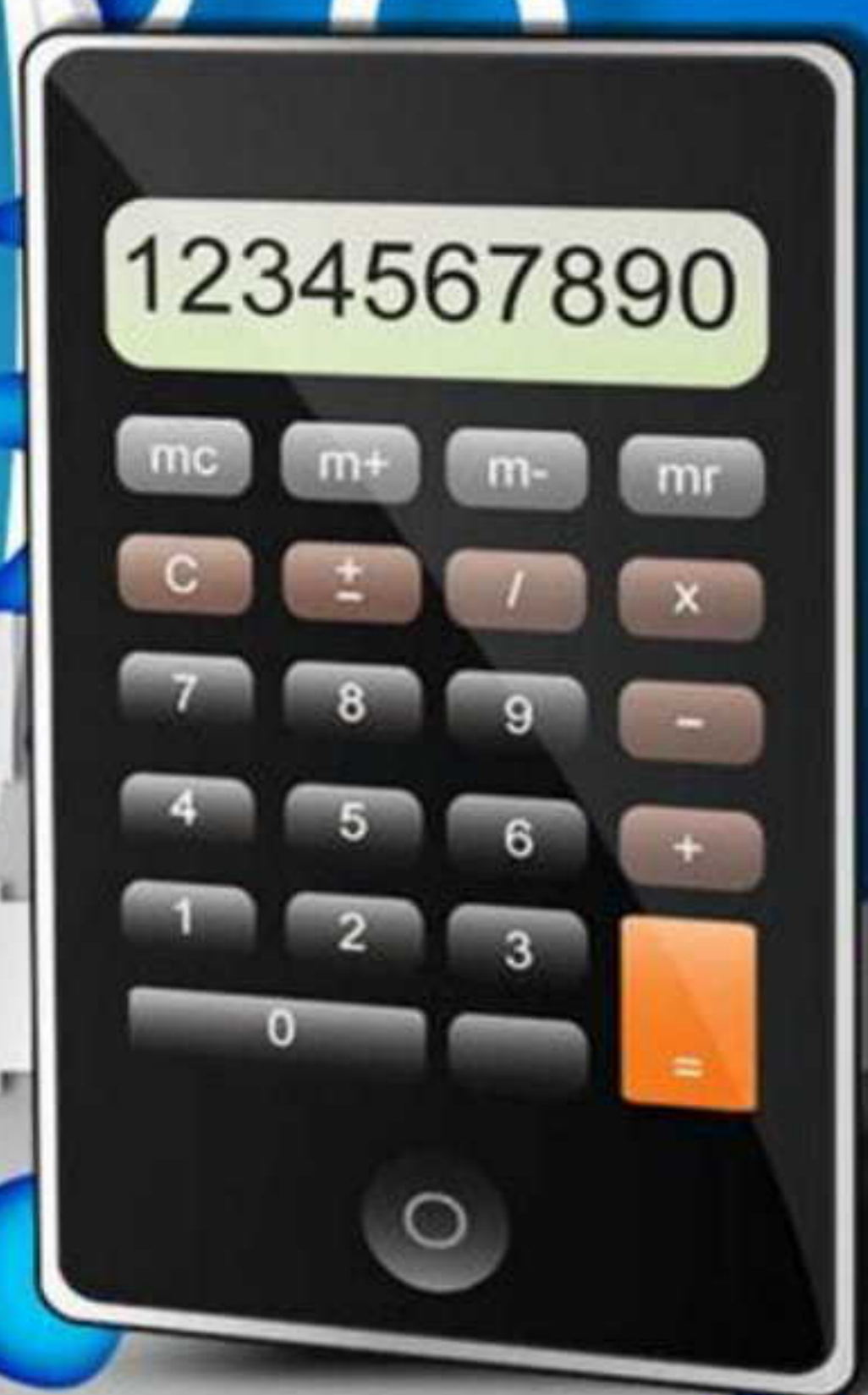


الصف الثالث الإعدادي

الترم الثاني

مراجعة نهائية



في

الهندسة

إعداد وتصميم

محمود عوض

معلم أول رياضيات

01202560239



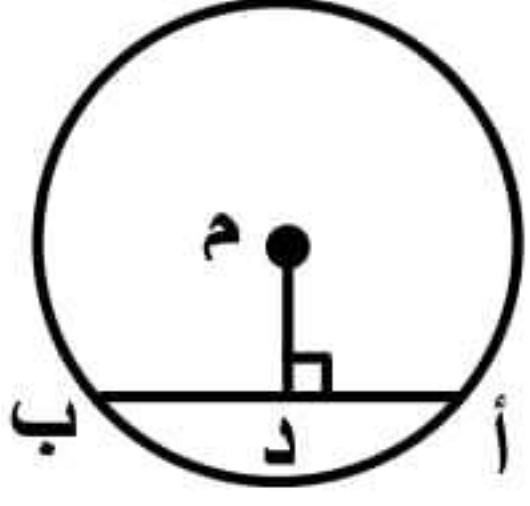
السادة المعلمين الراغبين في كتابتي بياناتهم على الملازم  
عليهم بالتواصل على واتساب رقم ٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩





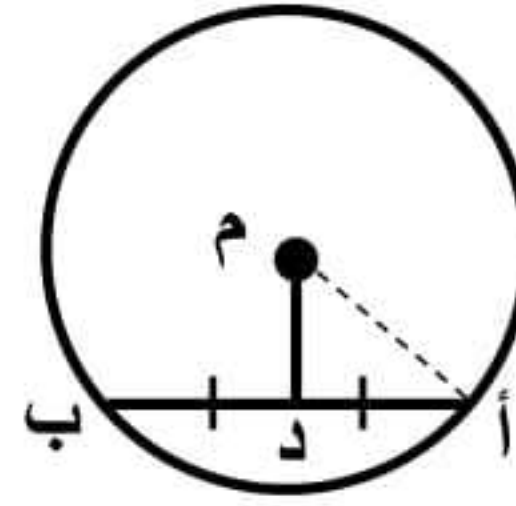
## مفاهيم أساسية

المستقيم المار بمركز الدائرة وعمودياً  
على أي وتر فيها ينصف هذا الوتر



$\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB}$   
 $\therefore D$  منتصف  $\overline{AB}$   
 $\therefore AD = DB$

المستقيم المار بمركز الدائرة ويمتصّف  
أي وتر فيها يكون عمودياً على هذا الوتر



$\therefore D$  منتصف الوتر  $\overline{AB}$   
 $\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB}$   
 $\therefore \angle (M, D, A) = 90^\circ$

أنصاف الأقطار في الدائرة  
الواحدة متساوية في الطول



$\therefore MA, MB$  أنصاف أقطار  
 $\therefore MA = MB$   
أي أن:  
 $\angle (A) = \angle (B)$

## أوضاع مستقيم بالنسبة لدائرة

إذا كانت  $M$  دائرة طول نصف قطرها  $NQ$ ،  $A$  نقطة  $\therefore$  المستقيم فإن المستقيم يكون :

مماس  
إذا كان :  $MA = NQ$

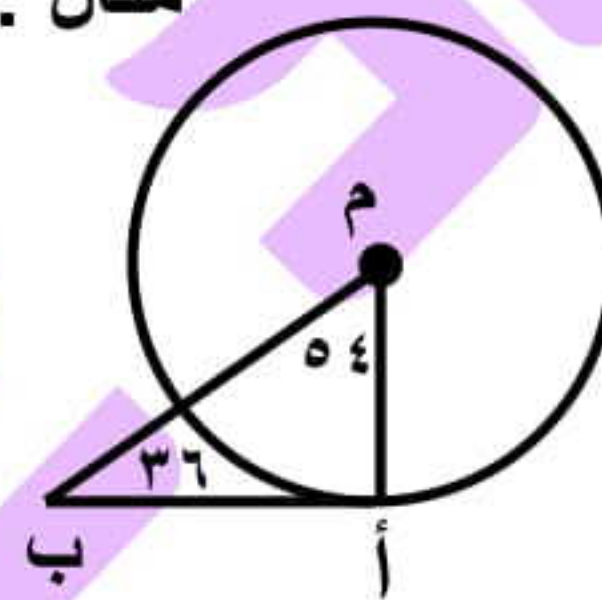
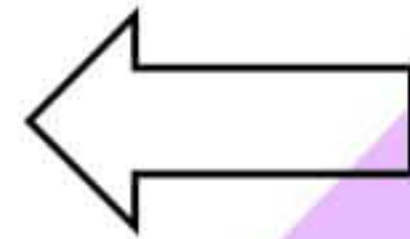
قاطع  
إذا كان :  $MA > NQ$

خارج الدائرة  
إذا كان :  $MA < NQ$

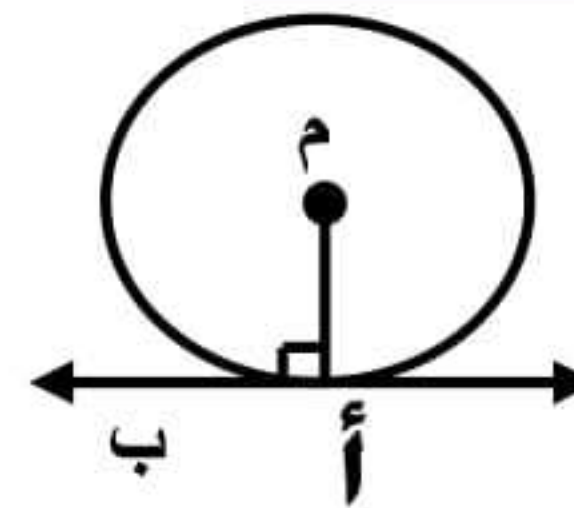
لإثبات أن المستقيم مماس  
هنثبت أن الزاوية التي بينه وبين نصف القطر قياسها  $90^\circ$

مثال : اثبت أن  $AB$  مماس

في  $\triangle MAB$  :  
 $\angle (M, A, B) = 180^\circ - (36^\circ + 54^\circ)$   
 $90^\circ = 180^\circ - 90^\circ$   
 $\therefore AB$  مماس



المماس عمودى على نصف القطر



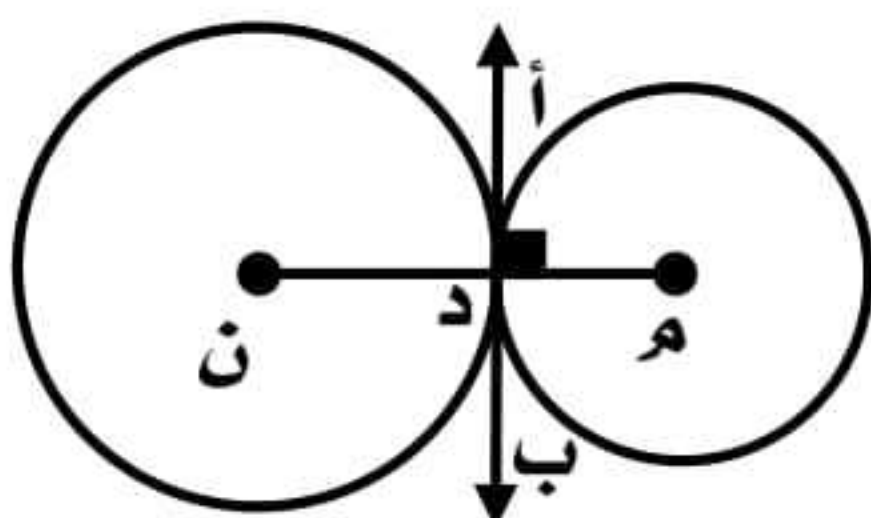
$\therefore AB$  مماس ،  $M$  أنصاف قطر  
 $\therefore \overline{MA} \perp \overline{AB}$   
 $\therefore \angle (M, A, B) = 90^\circ$

## أوضاع دائرة بالنسبة لدائرة

إذا كانت  $M$ ،  $N$  دائرتان طولاً نصفى قطريهما  $NQ_1$ ،  $NQ_2$ ،  $M$  خط المركزين فإن الدائرتان يكونان :

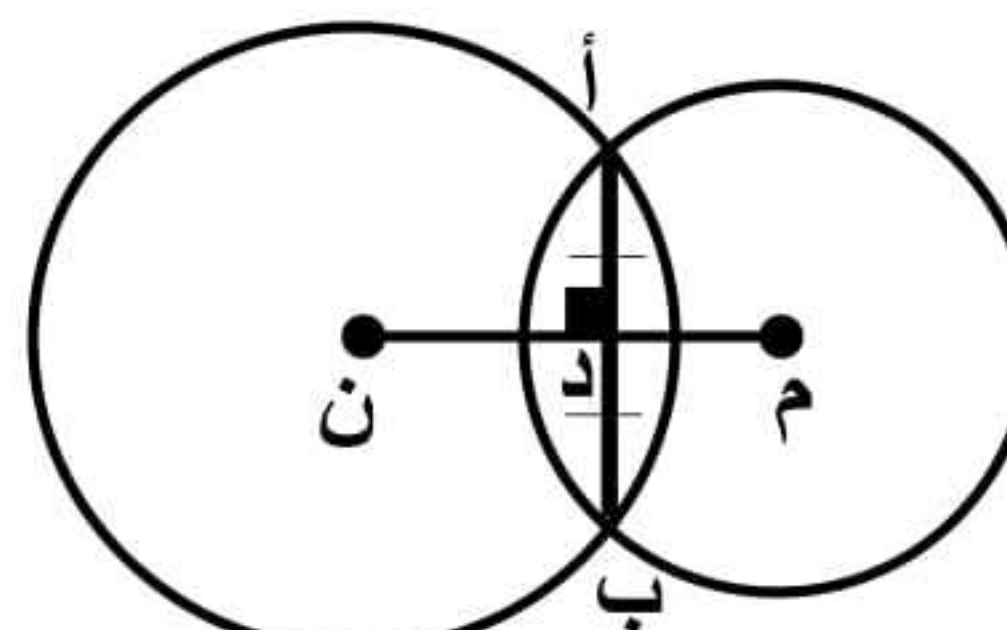
| متماستان من الخارج<br>إذا كان : | متماستان من الداخل<br>إذا كان : | متقاطعتان<br>إذا كان :           | متباعدتان<br>إذا كان : | متداخلتان<br>إذا كان : | متحدتان المركز<br>إذا كان : |
|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------------|
| $MN = NQ_1 + NQ_2$              | $MN = NQ_2 - NQ_1$              | $NQ_1 - NQ_2 < MN < NQ_1 + NQ_2$ | $MN < NQ_1 + NQ_2$     | $MN > NQ_2 - NQ_1$     | $MN = 0$                    |

خط المركزين عمودى على المماس المشترك



$\therefore AB$  مماس مشترك ،  
 $MN$  خط المركزين  
 $\therefore MN \perp AB$

خط المركزين عمودى على الوتر المشترك وينصفه

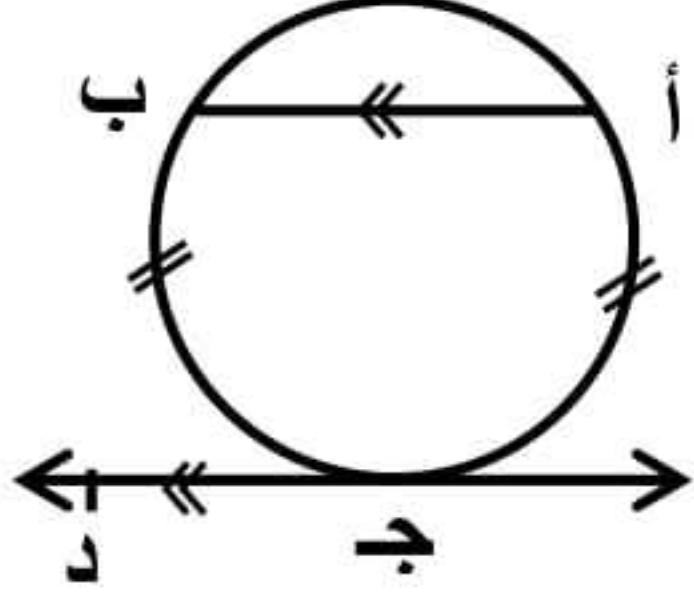


$\therefore AB$  وتر مشترك ،  
 $MN$  خط المركزين  
 $\therefore MN \perp AB$   
 $\angle (M, D, A) = 90^\circ$  ،  
 $MN$  ينصف  $AB$



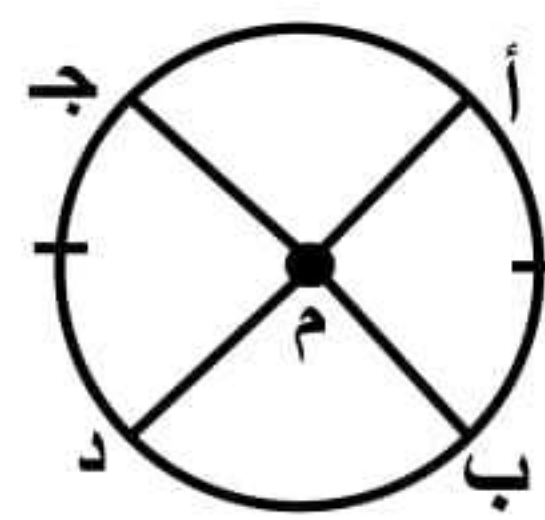
## الأقواس المتساوية

الوتر والمماس المتوازيان يحصران قوسان متساويان



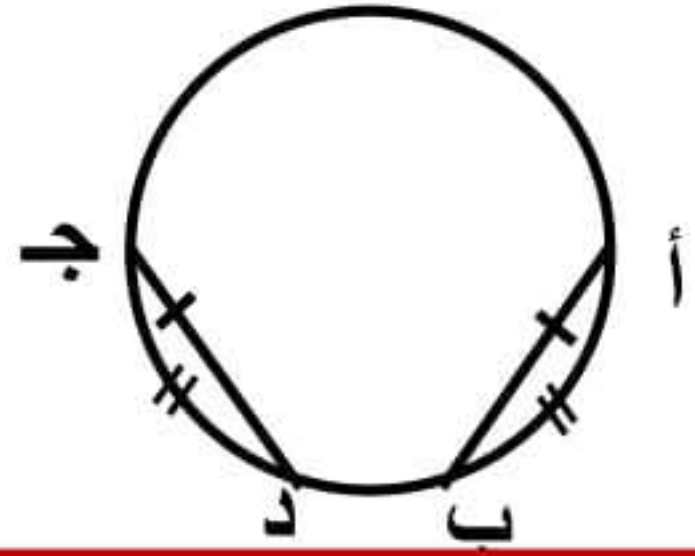
إذا كان  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$   
فإن  $\widehat{C(A)} = \widehat{C(B)}$

الأقواس المتساوية في القياس متساوية في الطول والعكس صحيح



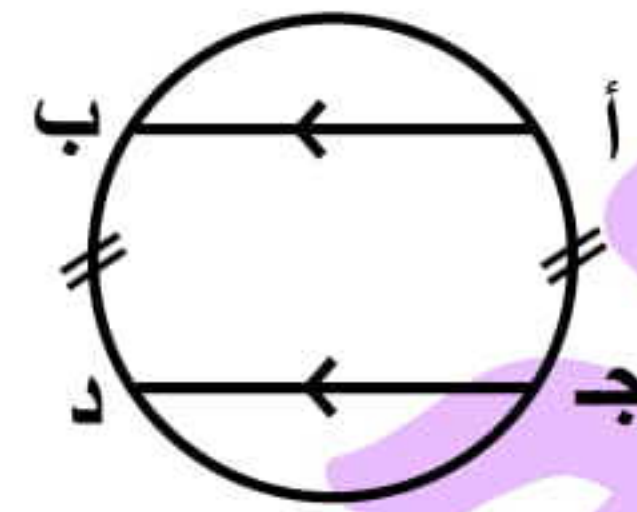
إذا كان  $\widehat{C(A)} = \widehat{C(B)}$   
فإن: طول  $\overline{AB}$  = طول  $\overline{CD}$   
والعكس صحيح

الأوتار المتساوية في الطول أقواسها متساوية في القياس



إذا كان  $\overline{AB} = \overline{CD}$   
فإن:  $\widehat{C(A)} = \widehat{C(B)}$   
والعكس صحيح

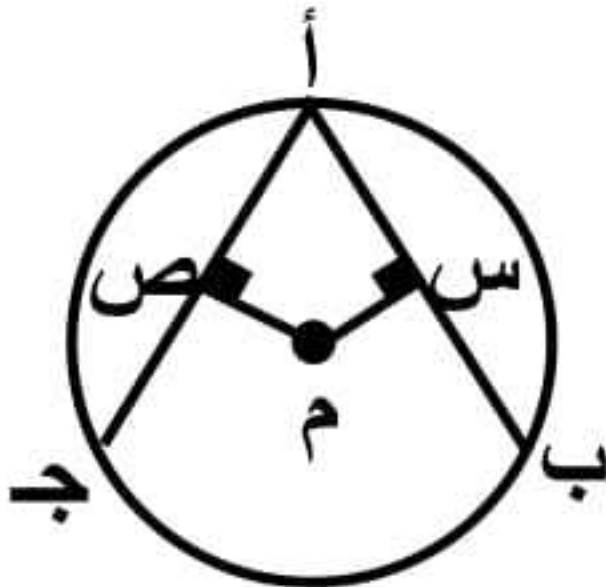
الوتران المتوازيان يحصران بينهما قوسان متساويان



إذا كان  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$   
فإن  $\widehat{C(A)} = \widehat{C(B)}$

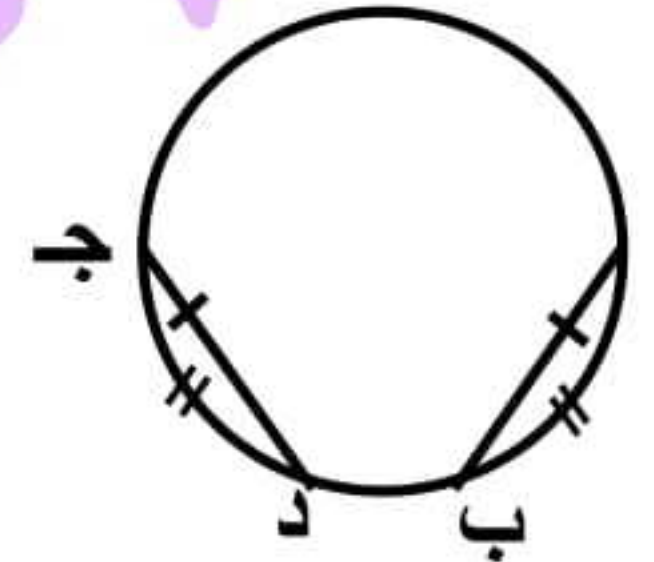
## الأوتار المتساوية

الأوتار المتساوية في الطول أبعادها متساوية في الطول



$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$  (أوتار متساوية)  
 $\therefore \overline{AM} = \overline{CM}$  (أبعاد متساوية)  
والعكس صحيح

الأوتار المتساوية في الطول أقواسها متساوية في القياس

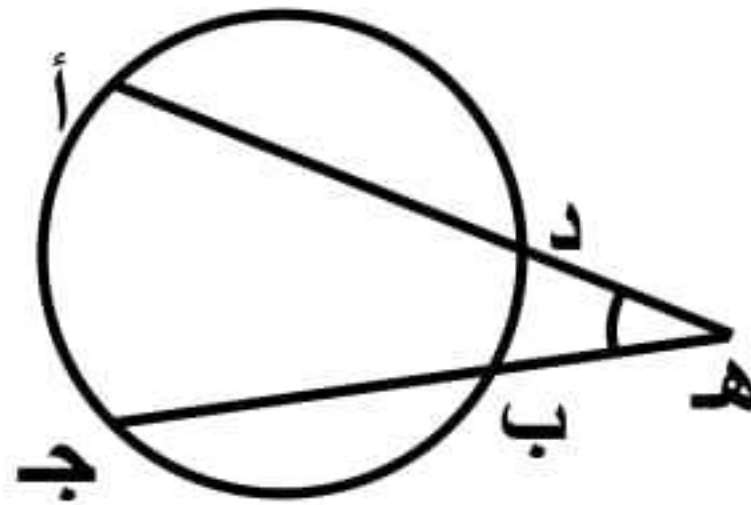


إذا كان  $\overline{AB} = \overline{CD}$   
فإن:  $\widehat{C(A)} = \widehat{C(B)}$   
والعكس صحيح

❖ لو عندك وترين متساويين : استنتج ان البعدين متساويين والعكس.  
❖ ولو طلب منك تثبت ان وترين متساويين : حاول تثبت ان البعدين متساويين والعكس.

### تمرين مشهور ٢

هنستخدمه لو عندنا وترين متقاطعين خارج الدائرة



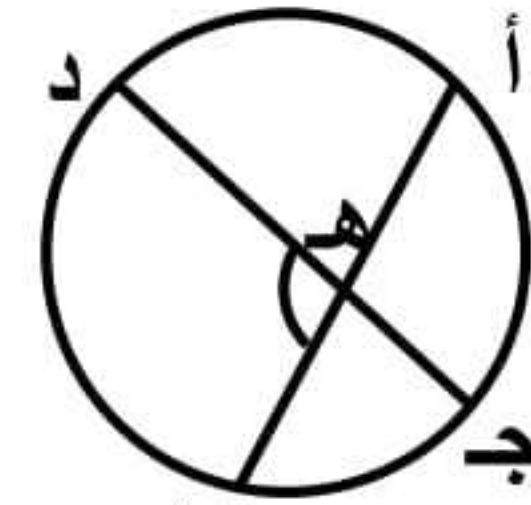
$$\widehat{C(H)} = \frac{1}{2} [\widehat{C(A)} - \widehat{C(B)}]$$

$$\widehat{C(A)} = \widehat{C(B)} + 2\widehat{C(H)}$$

$$\widehat{C(B)} = 2\widehat{C(H)} - \widehat{C(A)}$$

### تمرين مشهور ١

هنستخدمه لو عندنا وترين متقاطعين داخل الدائرة



$$\widehat{C(DHB)} = \frac{1}{2} [\widehat{C(A)} + \widehat{C(B)}]$$

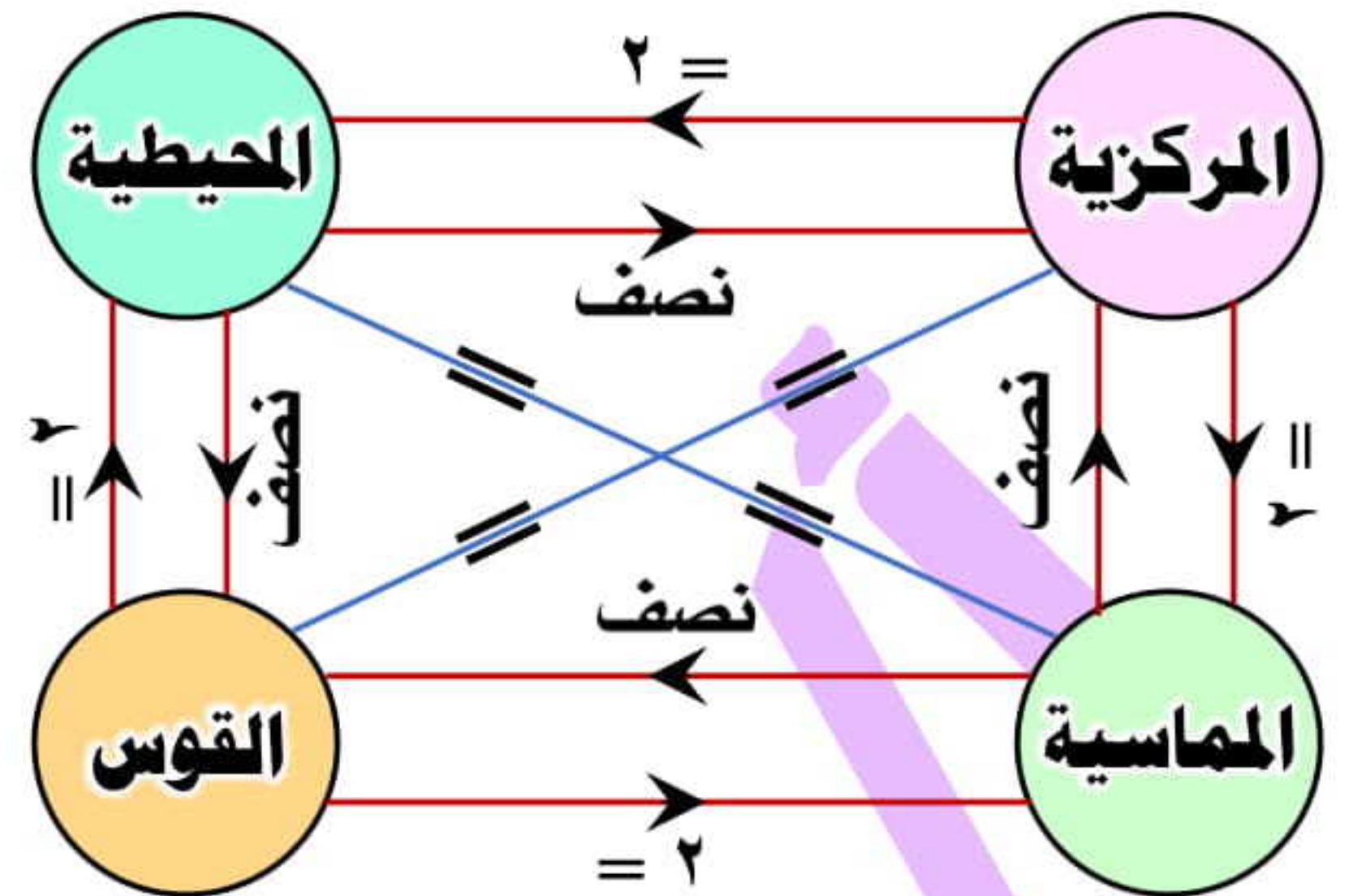
$$\widehat{C(A)} = 2\widehat{C(DHB)} - \widehat{C(B)}$$

$$\widehat{C(B)} = 2\widehat{C(DHB)} - \widehat{C(A)}$$

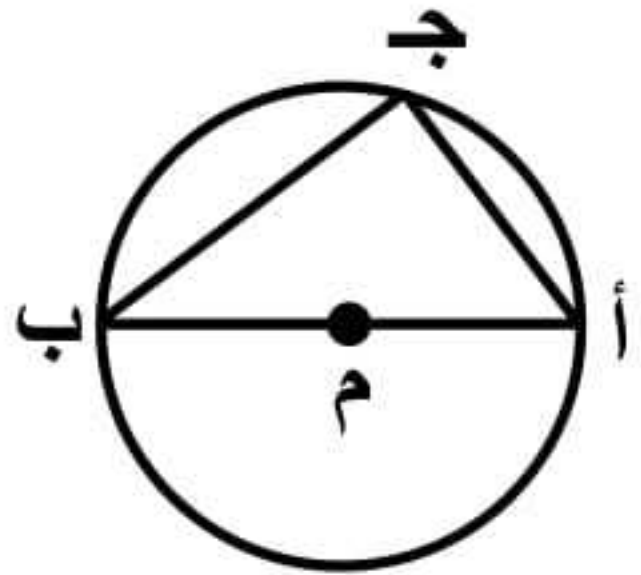


◆ المحيطية = المماسية =  $\frac{1}{2}$  المركزية =  $\frac{1}{2}$  القوس

◆ المركزية = القوس =  $\frac{1}{2}$  المحيطية =  $\frac{1}{2}$  المماسية

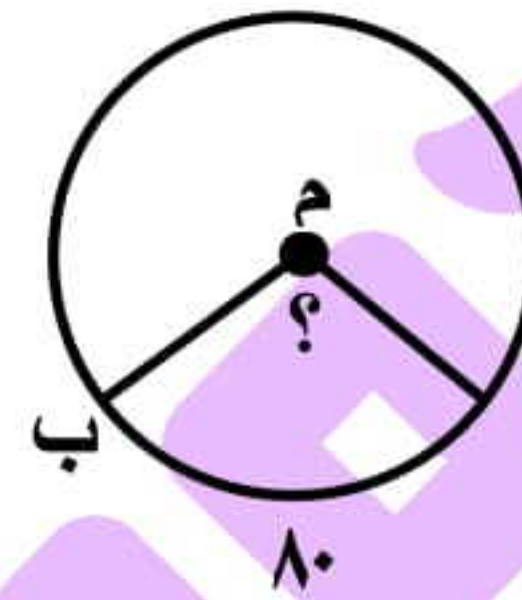


قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة =  $90^\circ$



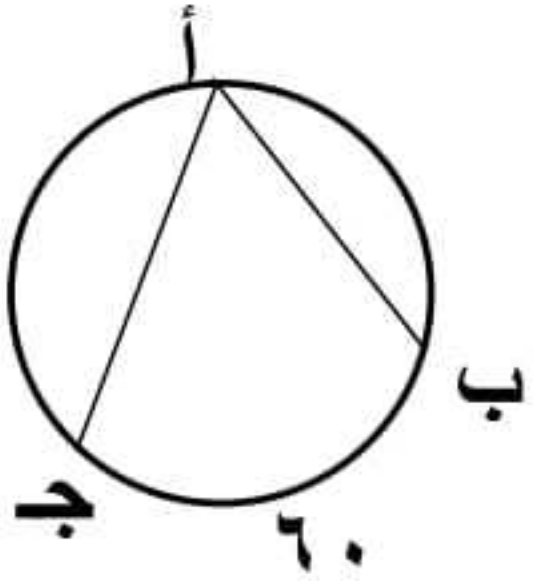
∴  $\widehat{AB}$  قطر  
∴ ق (أ ج ب) المحيطية =  $90^\circ$   
أي أن  $\triangle$  أ ج ب قائم

قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها



∴ ق (أ ب) =  $80^\circ$   
∴ ق (م) المركزية =  $80^\circ$

قياس الزاوية المحيطية =  $\frac{1}{2}$  قياس القوس المقابل لها



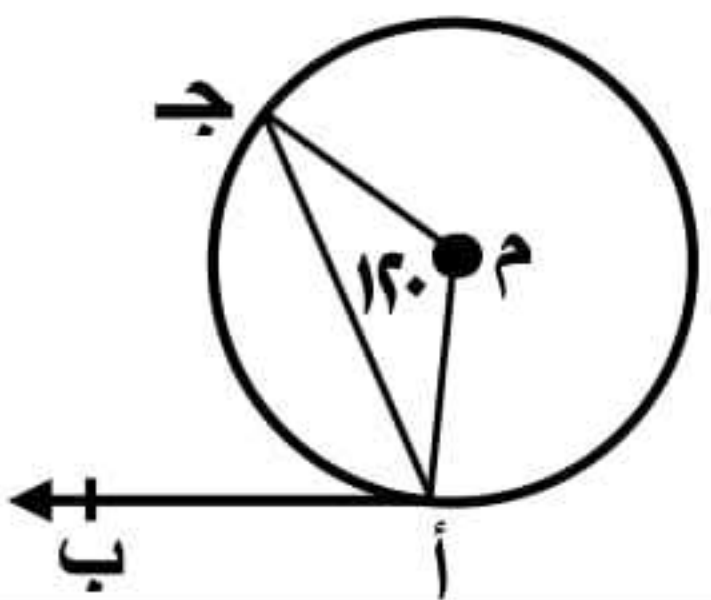
∴ ق (ب ج) =  $60^\circ$   
∴ ق (ب أ ج) المحيطية =  $30^\circ$

قياس المحيطية =  $\frac{1}{2}$  قياس المركزية (متركة معها في القوس)



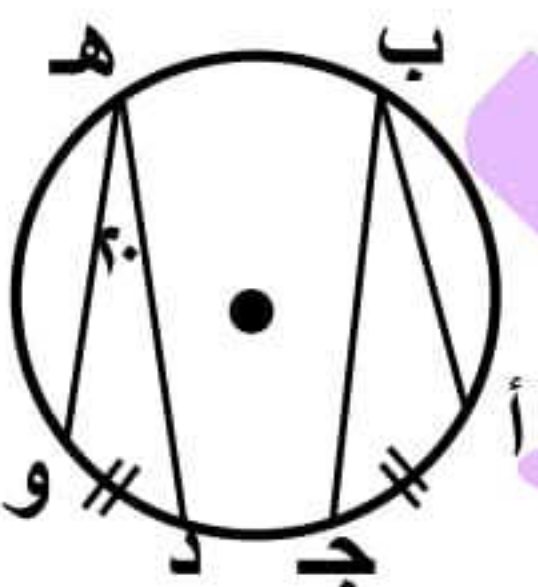
ق (ج) المحيطية =  $\frac{1}{2}$  ق (أ ب) المركزية  
ق (ج) =  $55^\circ$

قياس المماسية =  $\frac{1}{2}$  قياس المركزية (متركة معها في القوس)



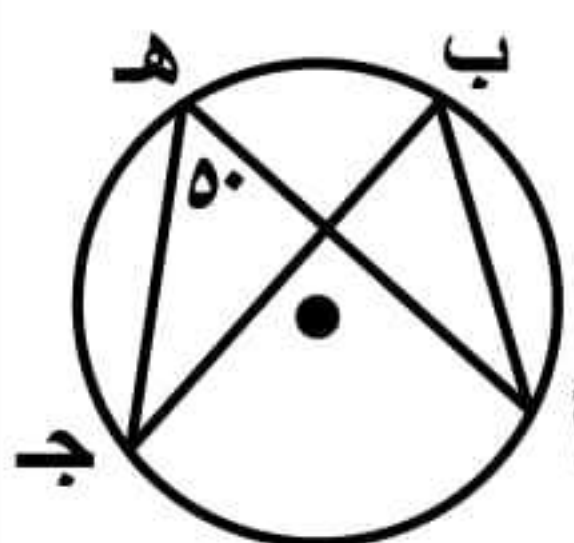
ق (ج أ ب) المماسية =  $\frac{1}{2}$  ق (أ م ج) د  
∴ ق (ج أ ب) =  $60^\circ$

قياس المحيطية = قياس المحيطية (إذا كانا في القوس)



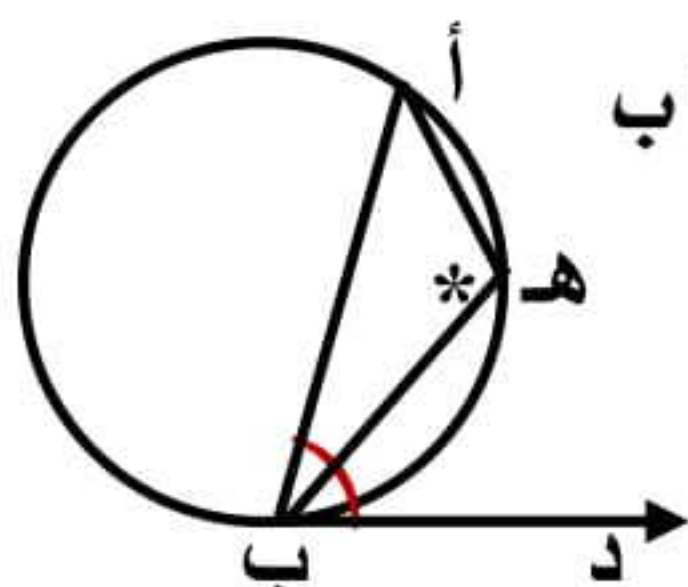
∴ ق (أ ج) = ق (د و)  
∴ ق (ب) = ق (هـ) =  $20^\circ$

قياس المحيطية = قياس المحيطية (متركة معها في القوس)



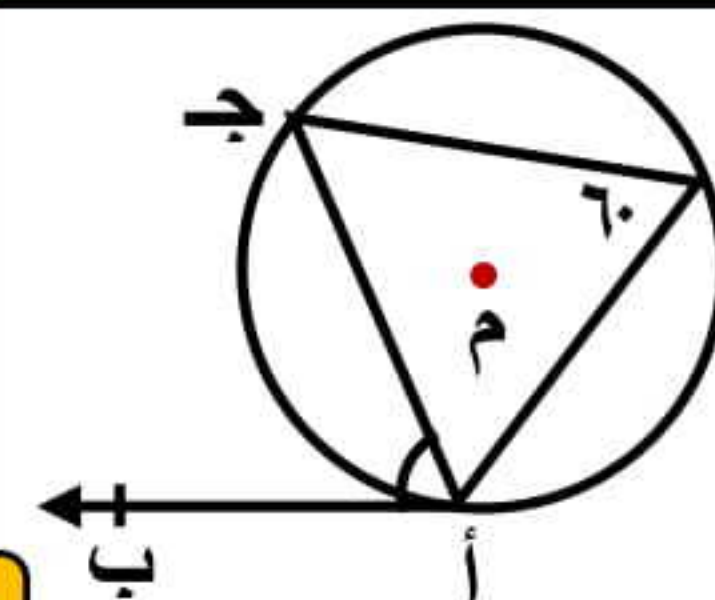
ق (ب) = ق (هـ) =  $50^\circ$   
لأنهما محيطيتان مشتركتان  
في القوس أ ج

الزاوية المماسية تكمل الزاوية المحيطية المرسومة  
على وتر الزاوية المماسية وفي جهة واحدة منها



∴  $\triangle$  أ هـ ب محيطية مرسومة على أ ب  
،  $\triangle$  أ ب د مماسية  
∴ ق (أ ب د) + ق (أ هـ ب) =  $180^\circ$

قياس المحيطية = قياس المماسية (متركة معها في القوس)



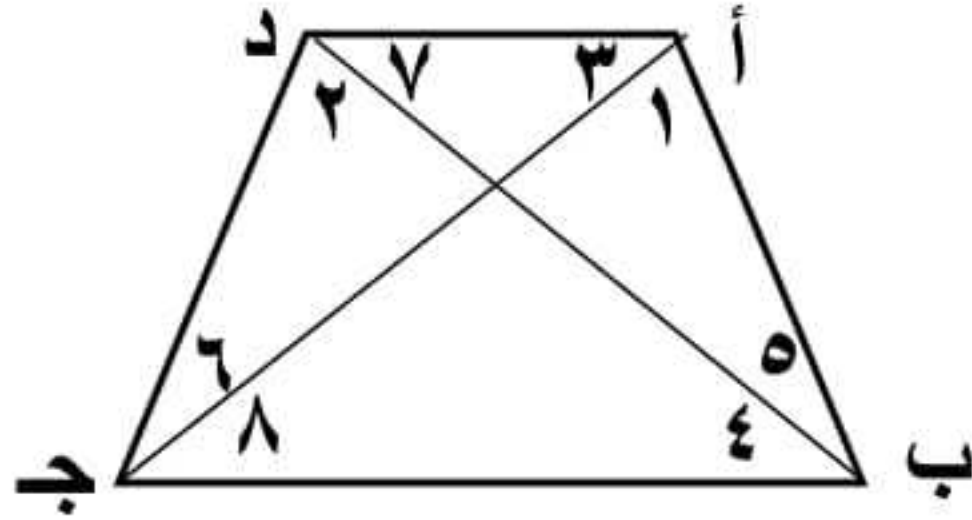
ق (ج أ ب) المماسية = ق (د) المحيطية  
∴ ق (ج أ ب) =  $60^\circ$



## الشكل الرباعي الدائري

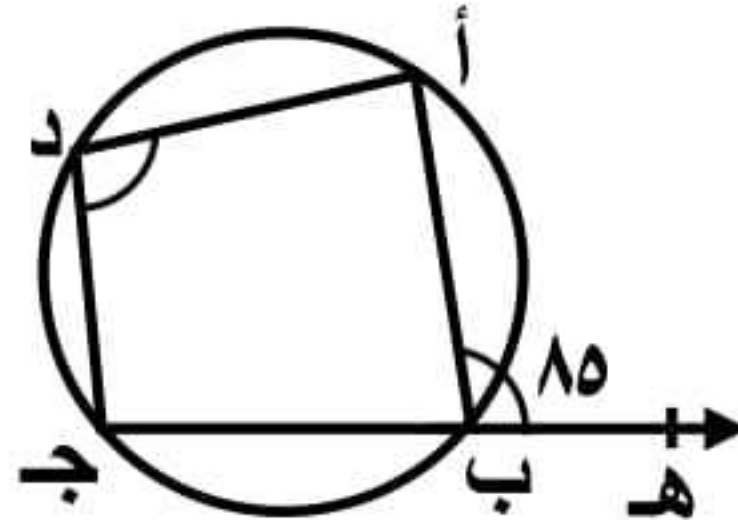
لو عرفت ان الشكل رباعي دائري (سواء هو قالك في المسألة أو لقيت رؤوسه الأربعة تقع على الدائرة) هنستنتج ٣ حاجات :

أي زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة متساويتان



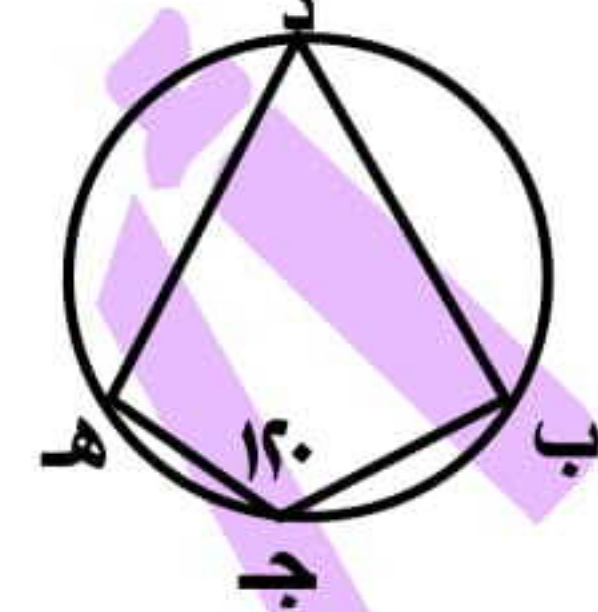
إذا كان أ ب ج د رباعي دائري فإن:  
 ق (١) = ق (٢) مرسومتان على ب ج  
 ق (٣) = ق (٤) مرسومتان على د ج  
 ق (٥) = ق (٦) مرسومتان على أ د

قياس الزاوية الخارجة =  
 قياس المقابلة للمجاورة



∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري  
 ∴ ق (أ ب هـ) الخارجة = ق (د)  
 ∴ ق (د) = ٨٥

كل زاويتين متقابلتين  
 مجموعهما = ١٨٠



∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري  
 ∴ ق (د) + ق (ج) = ١٨٠  
 ∴ ق (د) = ١٨٠ - ١٢٠ = ٦٠

لو قالك اثبت أن الشكل رباعي دائري إبحث عن إحدى الحالات الثلاثة الآتية واشبتها وهي :

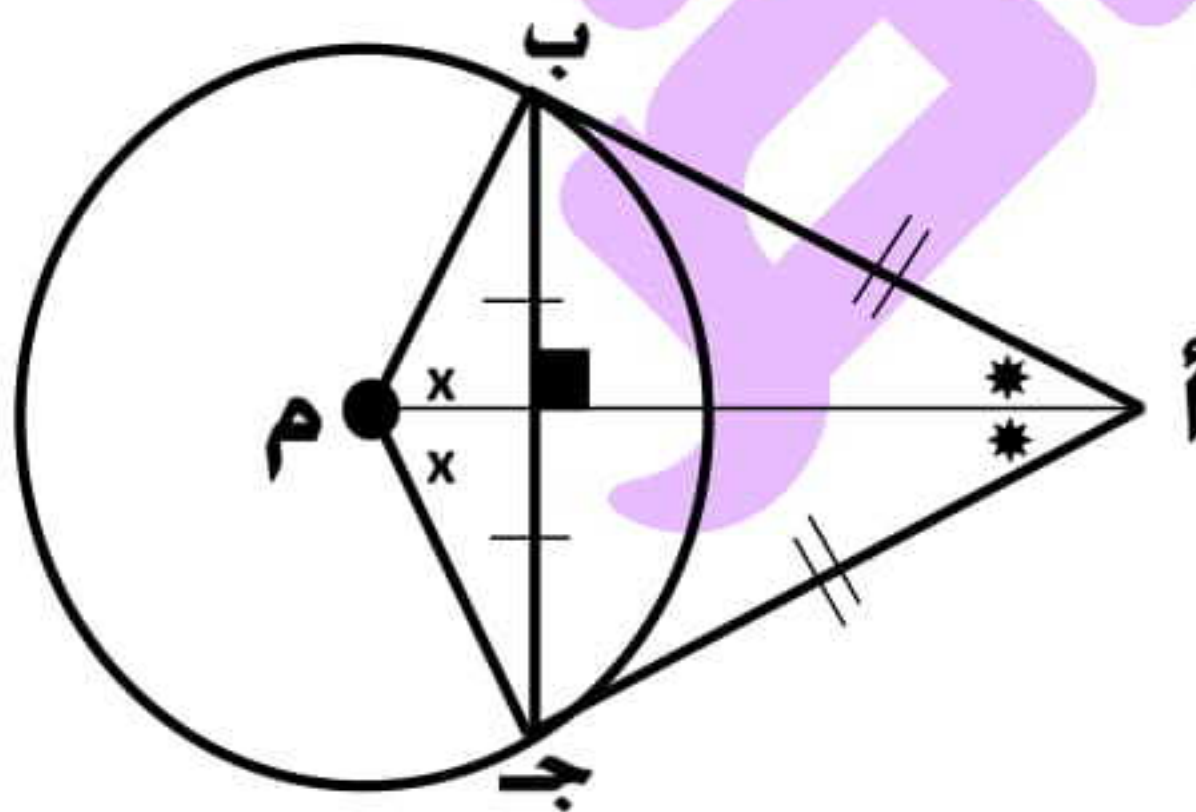
شوف زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة واشتات انهما متساويتان

زاوية خارجة واشتات انها تساوى المقابلة للمجاورة

زاويتان متقابلتان واشتات أن مجموعهما = ١٨٠

## العلاقة بين مماسات الدائرة

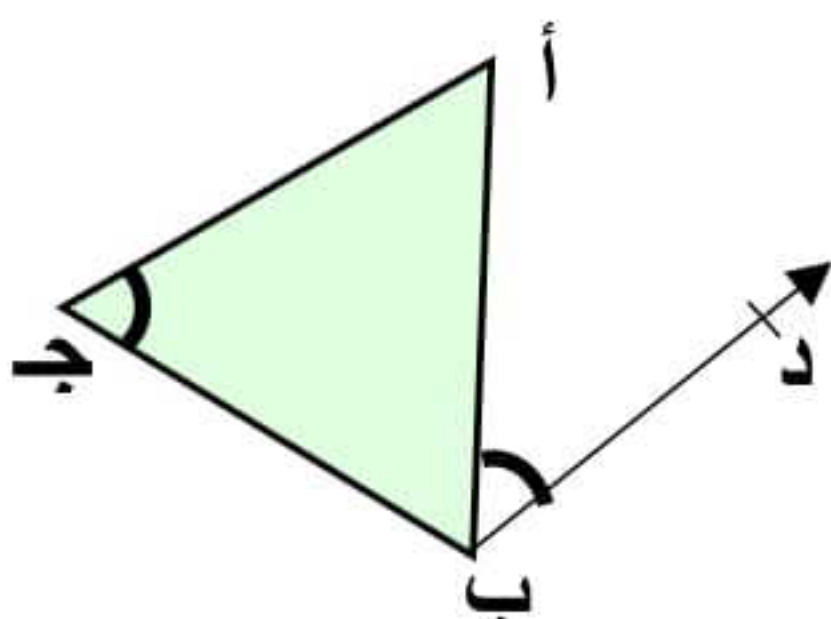
القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة متساويتان في الطول.



إذا كان أ ب ، أ ج قطعتان مماستان فإن:

|                       |                      |
|-----------------------|----------------------|
| أ ب = أ ج             | أ م ينصف زاوية ب أ ج |
| ق (أ ب ج) = ق (أ ج ب) | أ م ينصف زاوية ب م ج |
| أ ب م ج رباعي دائري   | أ م ⊥ ب ج وينصفه     |

لإثبات أن ب د مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب ج



نثبت أن :  
 ق (أ ب د) = ق (ج د)

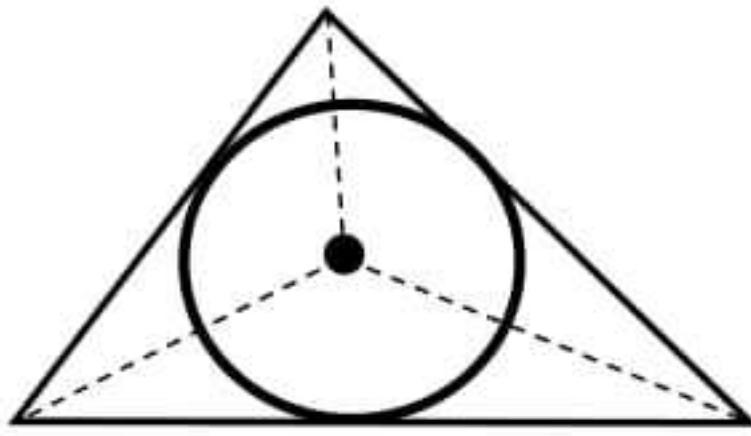
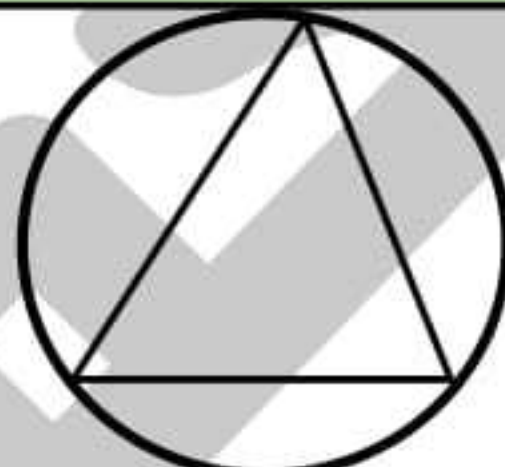
### عدد المماسات المشتركة

- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين ٤
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماسيتين من الخارج ٣
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متقاطعتين ٢
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماسيتين من الداخل ١
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتا المركز صفر



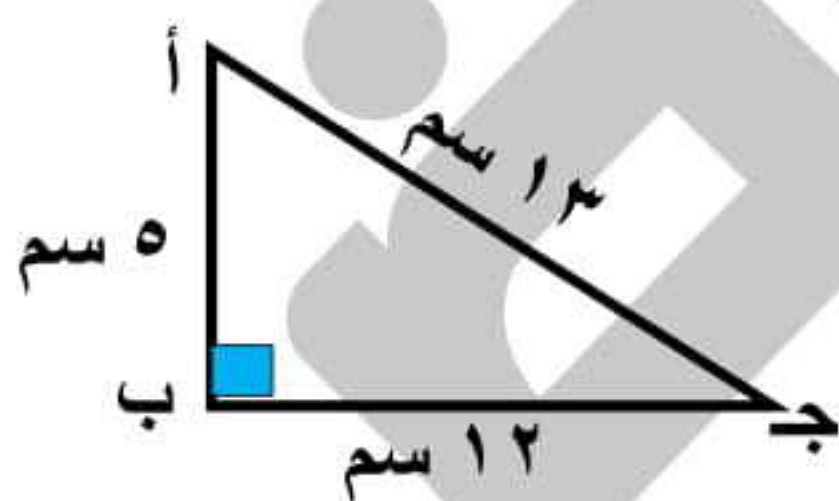
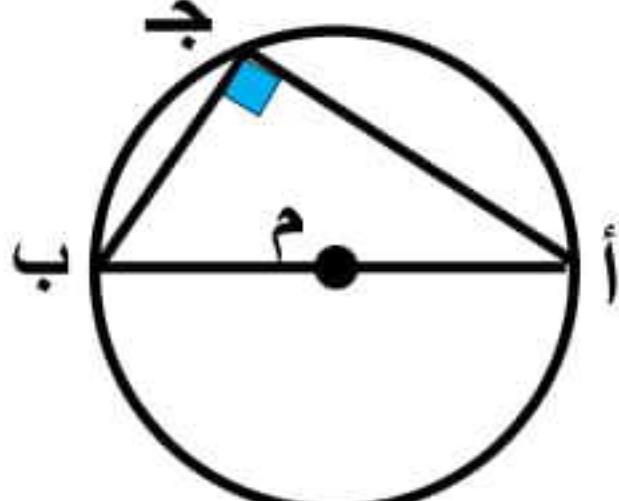
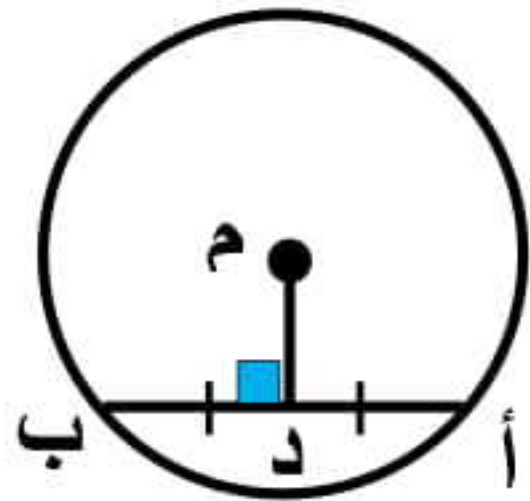
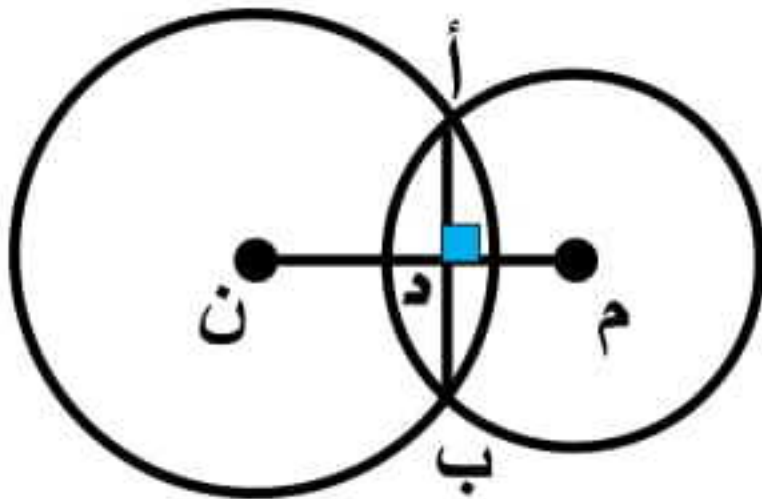
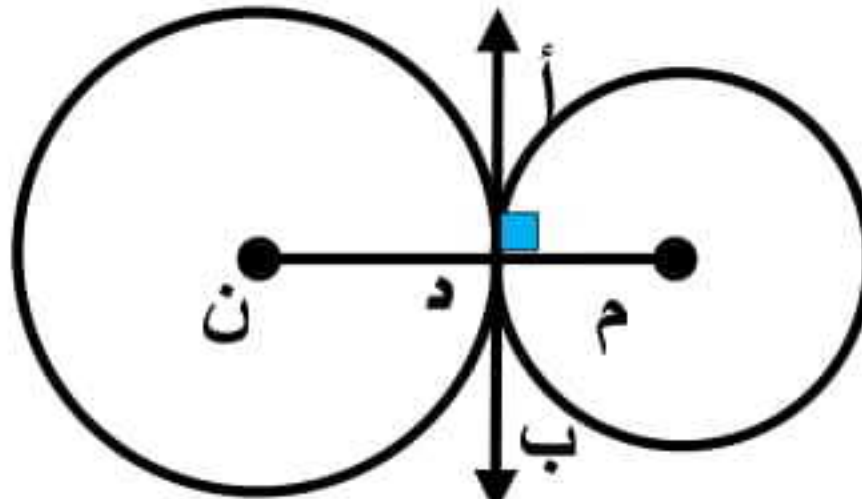
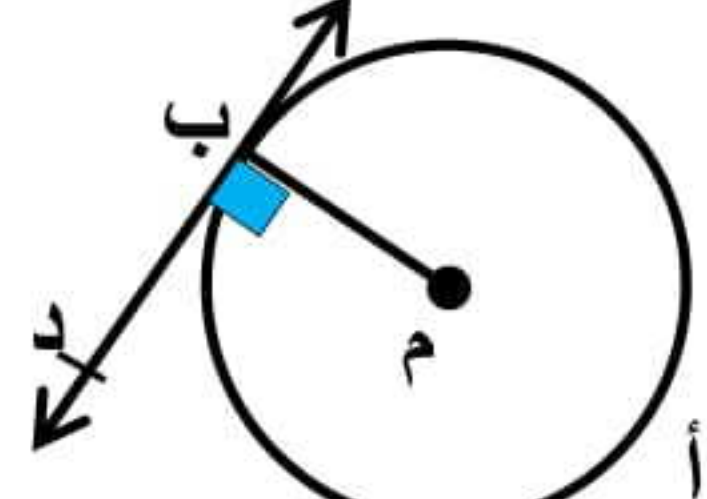
## ملاحظات على تعيين الدائرة

- (١) يمكن رسم دائرة تمر برؤوس كل من : المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوي الساقين
- (٢) لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس : متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير المتساوي الساقين
- (٣) يمكن رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة
- (٤) لا يمكن رسم دائرة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.
- (٥) يمكن رسم عدد لا نهائي من الدوائر تمر بنقطة واحدة.
- (٦) أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب هي التي أ ب قطرها وفيها  $\text{نق} = \frac{1}{2} \text{أ ب}$
- (٧) إذا كان  $\text{نق} < \frac{1}{2} \text{أ ب}$  فإنه يمكن رسم دائرتان فقط وإذا كان  $\text{نق} > \frac{1}{2} \text{أ ب}$  فإنه لا يمكن رسم أى دائرة

| الدائرة الداخلة للمثلث   | الدائرة الخارجة للمثلث  |
|--|---|
|  <p>مركزها هو نقطة تقاطع<br/>منصفات زواياها الداخلة</p> |  <p>مركزها هو نقطة تقاطع الأعمدة المقامة على<br/>أضلاع المثلث من منتصفاتها<br/>(محاور تماثل أضلاعها)</p> |

## خلاصة الزاوية ٩٠

لو لقيت أي حاجة من دول استنتج ان فيه زاوية قائمة قياسها ٩٠ :

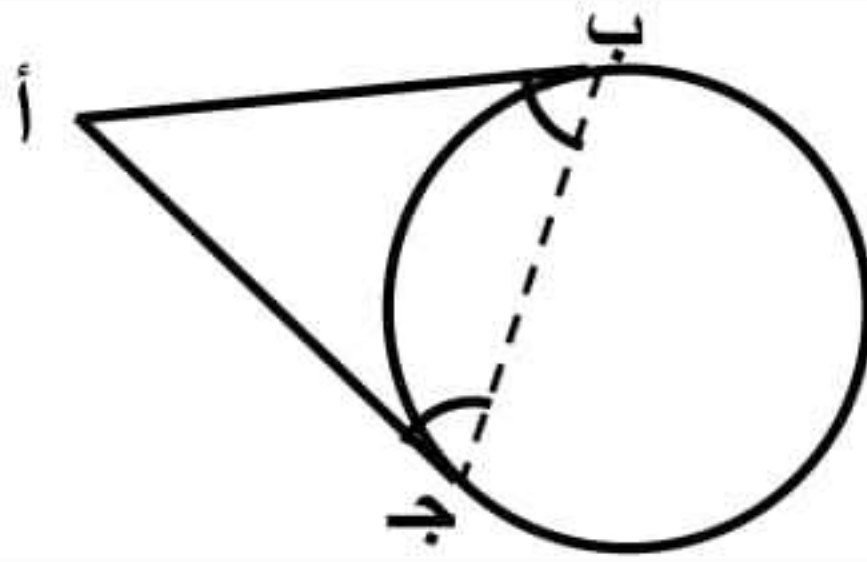
|   |  |  |
|---|--|--|
| <p>مربع ضلع مثلث =<br/>مجموع مربعي الضلعين الآخرين</p>     | <p>زاوية محيطية<br/>مرسومة في نصف دائرة</p>                | <p>قطعة مارة بالمركز وتنصف الوتر</p>  |
| <p>وتر مشترك و خط مركزين<br/>في الدائرتان المتقاطعتان</p>  | <p>مماس مشترك و خط مركزين<br/>في الدائرتان المتماستان</p>  | <p>مماس و نصف قطر</p>                 |



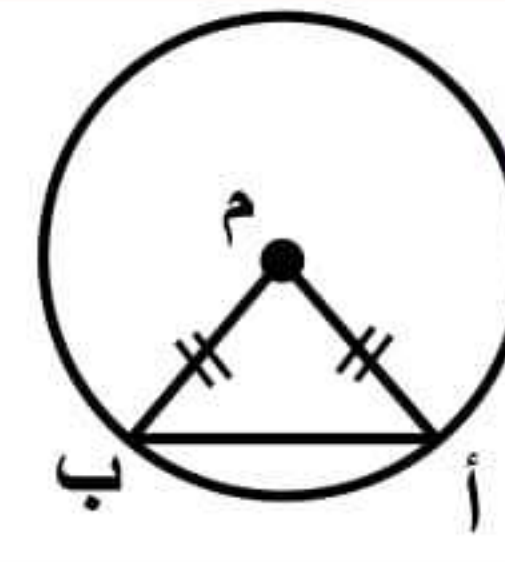
## خلاصة المثلث المتساوي الساقين

يكون المثلث متساوي الساقين إذا كان :

### ضلعيه قطعتان مماستان



### ضلعيه أنصاف أقطار



## طول القوس

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{360} \times 2\pi \text{ نق}$$

◆ قياس نصف الدائرة =  $180^\circ$

◆ قياس الدائرة =  $360^\circ$

◆ قياس خمس الدائرة =  $\frac{360}{5} = 72^\circ$  وهكذا

◆ قياس ربع الدائرة =  $90^\circ$

◆ طول الدائرة = محيط الدائرة =  $2\pi \text{ نق}$

◆  $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{طول الدائرة}}$

## ملاحظات

١ إذا كان المثلث حاد الزوايا فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع داخل المثلث

إذا كان المثلث قائم الزاوية فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع في منتصف وتر المثلث

إذا كان المثلث منفرج الزاوية فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع خارج المثلث

٢ عدد محاور تماثل الدائرة: عدد لا نهائي

عدد محاور تماثل نصف الدائرة: محور واحد ، عدد محاور تماثل ربع الدائرة: محور واحد وهكذا

٣ إذا كان م ، ن دائرتان متقاطعتان فإن م ن  $\in$  [ نق<sub>١</sub> - نق<sub>٢</sub> ، نق<sub>١</sub> + نق<sub>٢</sub> ]

إذا كان م ، ن دائرتان متباعدتان فإن م ن  $\in$  [ نق<sub>١</sub> + نق<sub>٢</sub> ،  $\infty$  ]

٤ الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر من نصف الدائرة تكون حادة

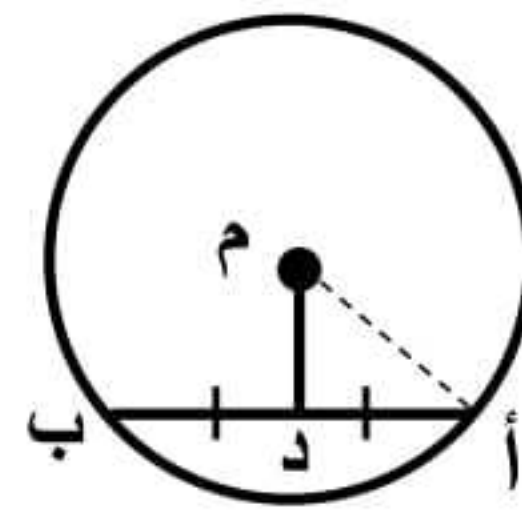
الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أكبر من نصف الدائرة تكون منفرجة

تنبيه: لا يُسمح لأي شخص حذف اسم محمود عوض من على الملزمة ومن يفعل فأمره موكل إلى الله جل جلاله  
(ولكن يُسمح بحذف رقم التليفون فقط)

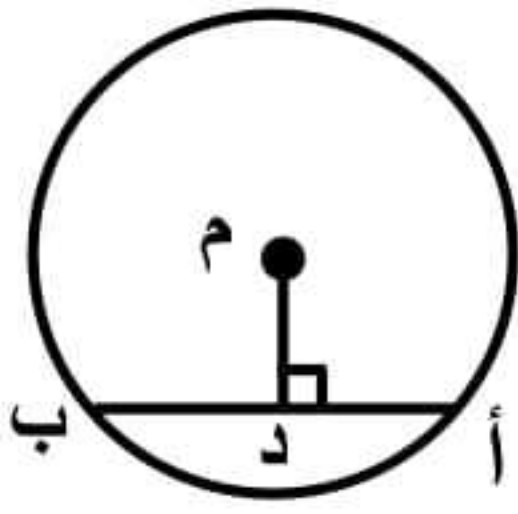




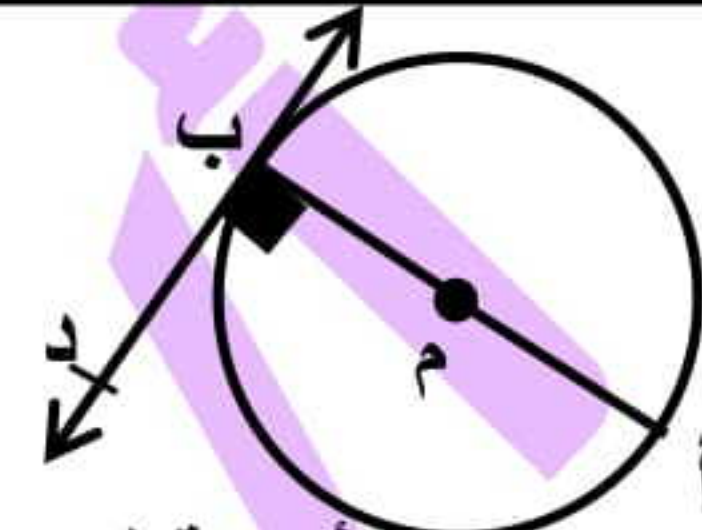
١  $\therefore \text{م} \text{ أ} = \text{م} \text{ ب}$  (لأنهما أنصاف أقطار)  
 $\therefore \triangle \text{م} \text{ أ} \text{ ب}$  متساوي الساقين  
 أي أن:  $\angle \text{ق} (\text{أ}) = \angle \text{ق} (\text{ب})$



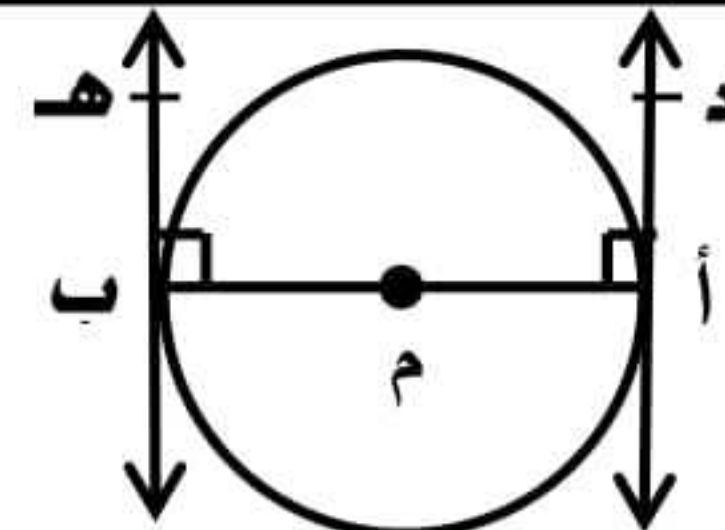
٢  $\therefore \text{د}$  منتصف الوتر  $\text{أ} \text{ ب}$   
 $\therefore \text{م} \text{ د} \perp \text{أ} \text{ ب}$   
 $\therefore \triangle \text{م} \text{ أ} \text{ د}$  قائم (يمكن تطبيق)



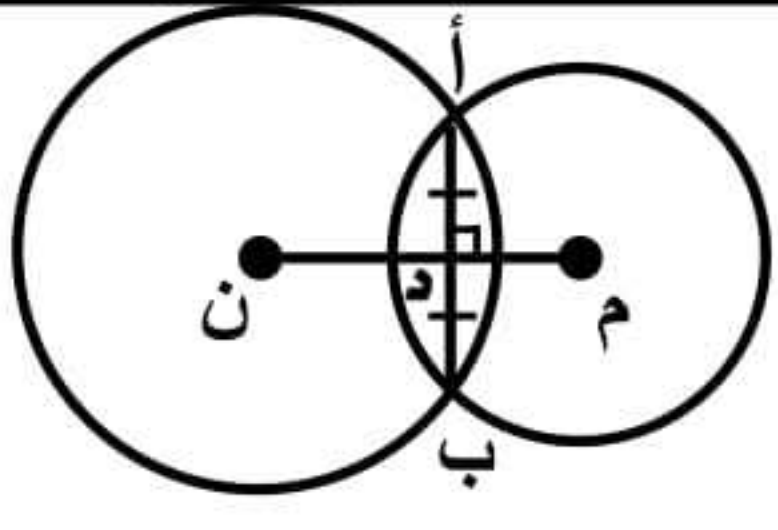
٣  $\therefore \text{م} \text{ د} \perp \text{أ} \text{ ب}$   
 $\therefore \text{د}$  منتصف  $\text{أ} \text{ ب}$   $\therefore \text{أ} \text{ د} = \text{د} \text{ ب}$   
 فإذا كان  $\text{أ} \text{ ب} = ٨ \text{ سم}$  فإن  $\text{أ} \text{ د} = ٤ \text{ سم}$



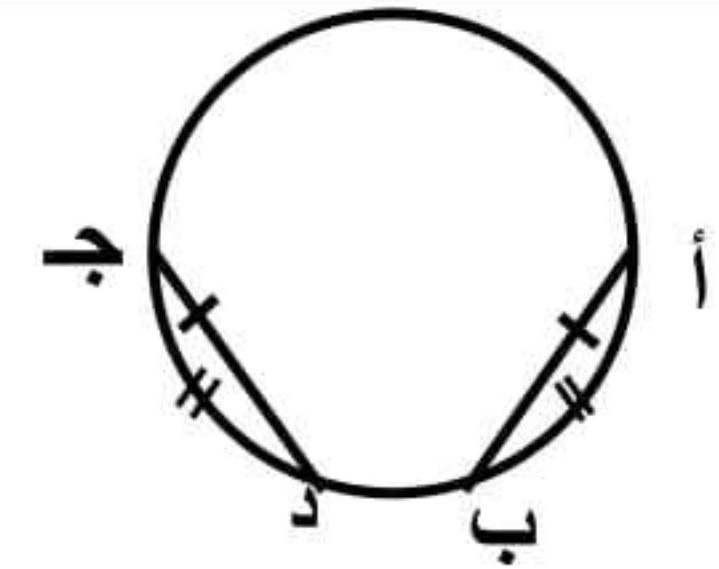
٤  $\therefore \text{ب} \text{ د}$  مماس ،  $\text{أ} \text{ ب}$  قطر  
 $\therefore \text{ب} \text{ د} \perp \text{أ} \text{ ب}$  (المماس  $\perp$  القطر)  
 والعكس: إذا كانت  $\text{ق} (\text{م} \text{ ب} \text{ د}) = 90^\circ$   
 $\therefore \text{ب} \text{ د}$  مماس حيث  $\text{ب}$  نقطة التماس



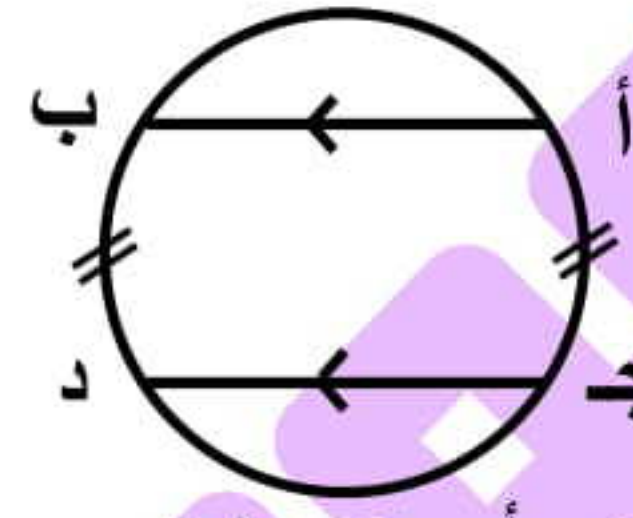
٥  $\therefore \text{د} \text{ أ}$  ،  $\text{هـ} \text{ ب}$  مماسان ،  $\text{أ} \text{ ب}$  قطر  
 $\therefore \text{د} \text{ أ} \parallel \text{هـ} \text{ ب}$   
 ومتناسخ ان المماس  $\perp$  نصف القطر



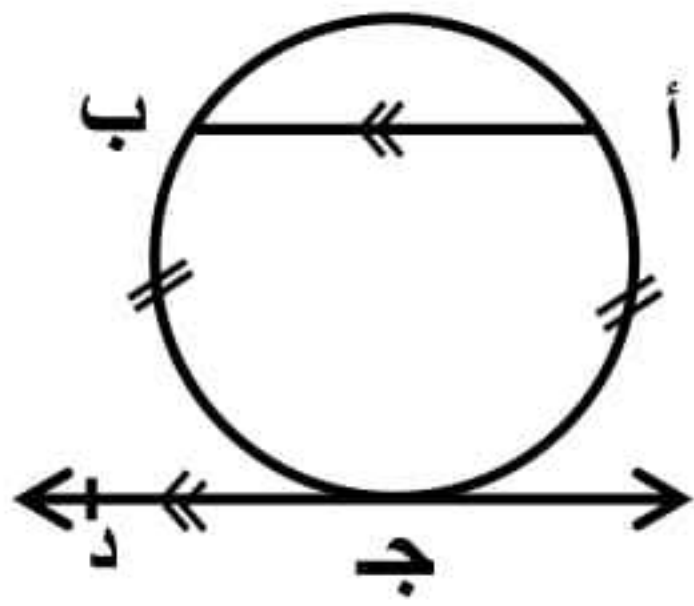
٦  $\therefore \text{أ} \text{ ب}$  وتر مشترك ،  $\text{م} \text{ ن}$  خط المركزين  
 $\therefore \text{م} \text{ ن} \perp \text{أ} \text{ ب}$  ،  $\text{م} \text{ ن}$  ينصف  $\text{أ} \text{ ب}$   
 خط المركزين هو محور تماثل الوتر المشترك



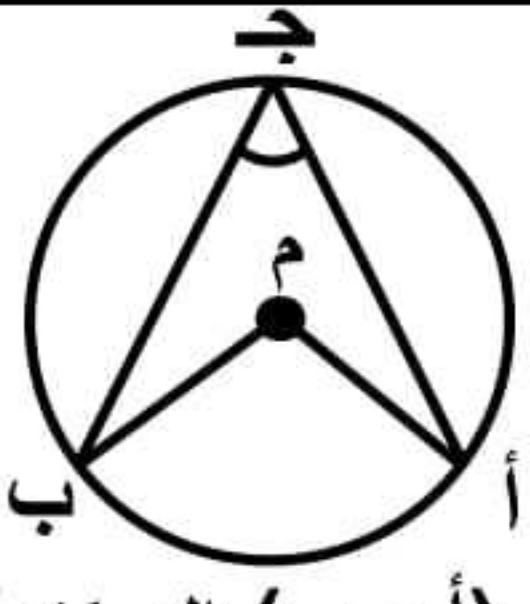
٧  $\therefore \text{ق} (\text{أ} \text{ ب}) = \text{ق} (\text{ج} \text{ د})$  الأقواس متساوية  
 $\therefore \text{أ} \text{ ب} = \text{ج} \text{ د}$  الأوتار متساوية  
 والعكس صحيح



٨  $\therefore$  الوتر  $\text{أ} \text{ ب} \parallel$  الوتر  $\text{ج} \text{ د}$   
 $\therefore \text{ق} (\text{أ} \text{ ج}) = \text{ق} (\text{ب} \text{ د})$



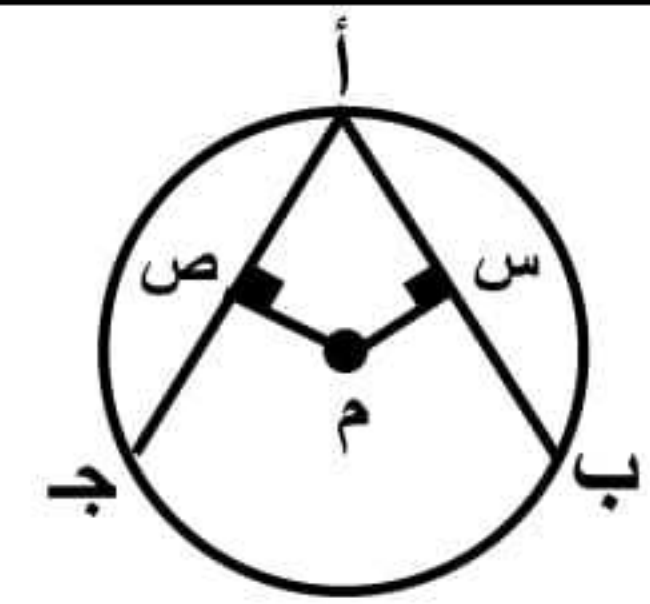
٩  $\therefore$  الوتر  $\text{أ} \text{ ب} \parallel$  المماس  $\text{ج} \text{ د}$   
 $\therefore \text{ق} (\text{أ} \text{ ج}) = \text{ق} (\text{ب} \text{ د})$



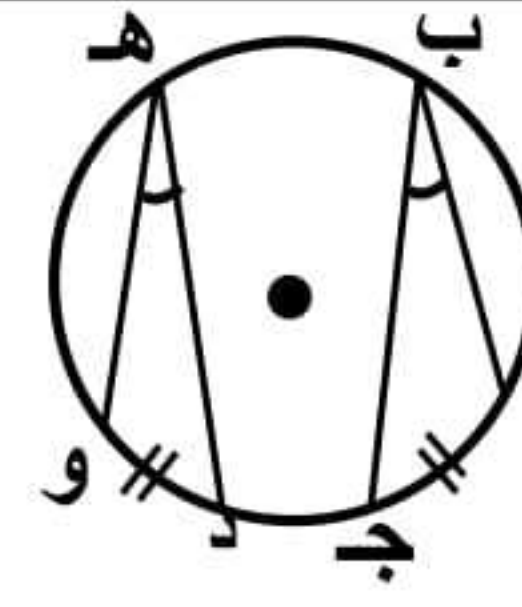
١٠  $\text{ق} (\text{ج} \text{ د})$  المحيطية  $= \frac{1}{2} \text{ق} (\text{أ} \text{ م} \text{ ب})$  المركزية  
 $\text{ق} (\text{ج} \text{ د}) = \frac{1}{2} \text{ق} (\text{أ} \text{ ب})$



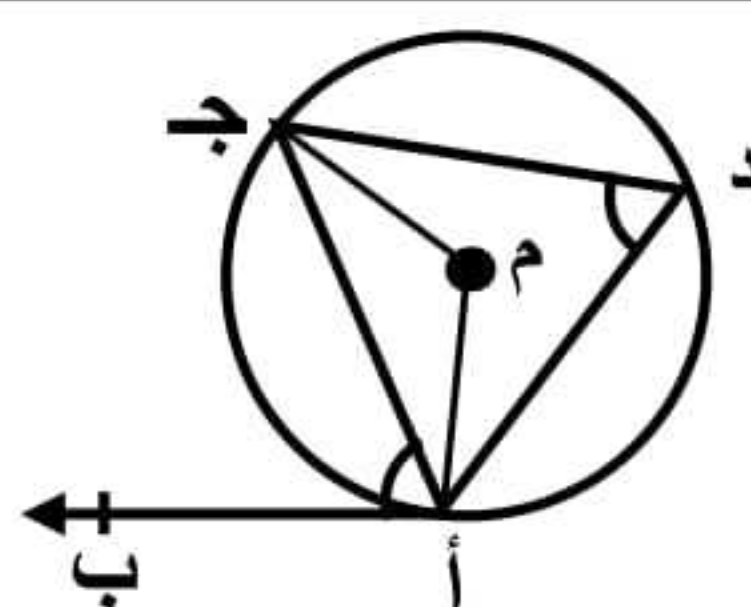
١١  $\text{ق} (\text{أ} \text{ ب}) = \text{ق} (\text{أ} \text{ م} \text{ ب})$  المركزية  
 $\text{ق} (\text{أ} \text{ ب}) = 2 \text{ق} (\text{أ} \text{ ج} \text{ ب})$  المحيطية



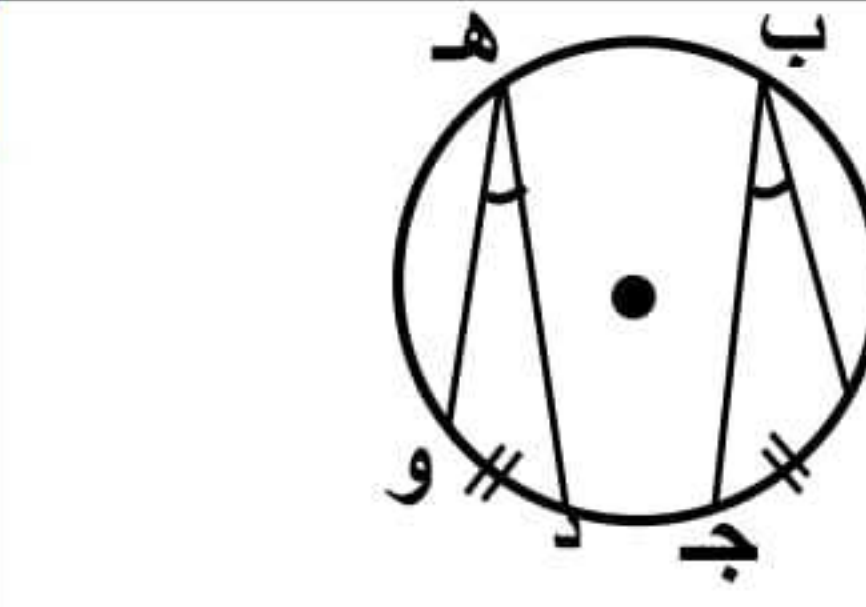
١٢  $\therefore \text{أ} \text{ ب} = \text{أ} \text{ ج}$  (الأوتار متساوية)  
 $\therefore \text{م} \text{ س} = \text{م} \text{ ص}$  (الأبعاد متساوية)  
 والعكس صحيح



١٣  $\text{ق} (\text{ب} \text{ د}) = \text{ق} (\text{هـ} \text{ د})$   
 $\text{ق} (\text{ب} \text{ د}) = \text{ق} (\text{هـ} \text{ د})$   
 محيطيتان مشتركتان في القوس  $\text{أ} \text{ ج}$   
 كذلك:  $\text{ق} (\text{أ} \text{ د}) = \text{ق} (\text{ج} \text{ د})$



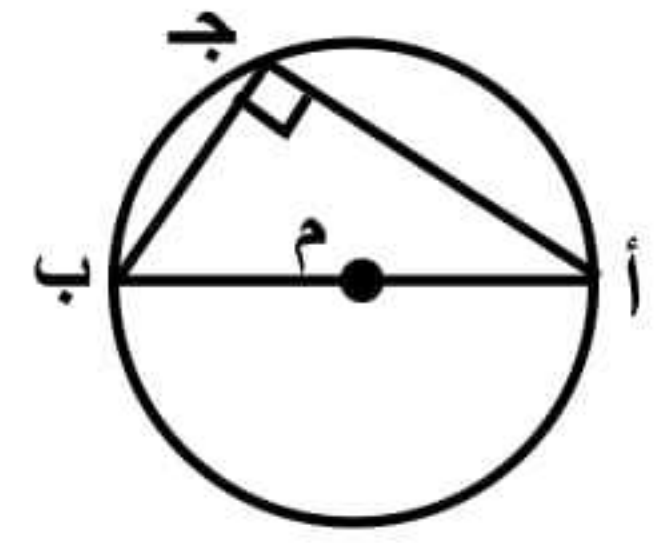
١٤  $\text{ق} (\text{ج} \text{ أ} \text{ ب})$  المماسية  $= \text{ق} (\text{د} \text{ د})$  المحيطية  
 $= \frac{1}{2} \text{ق} (\text{م} \text{ م})$  المركزية



١٥  $\text{ق} (\text{أ} \text{ ج} \text{ د}) = \text{ق} (\text{د} \text{ و})$   
 $\text{ق} (\text{ب} \text{ د}) = \text{ق} (\text{هـ} \text{ د})$   
 محيطيتان أقواسهم متساوية (والعكس صحيح)



١٦

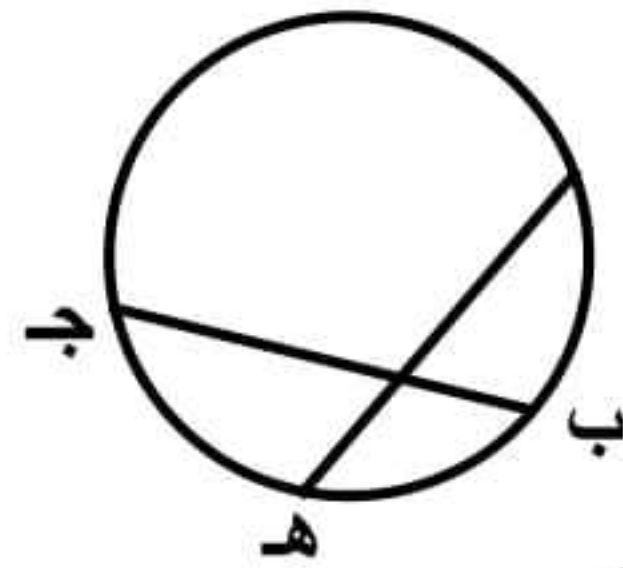


∴ AB قطر

∴ ق (أ ج ب) = ٩٠

محيطية مرسومة في نصف دائرة

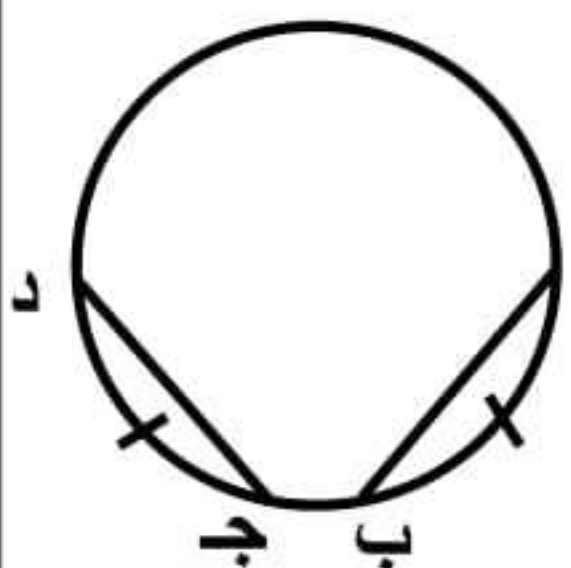
١٧



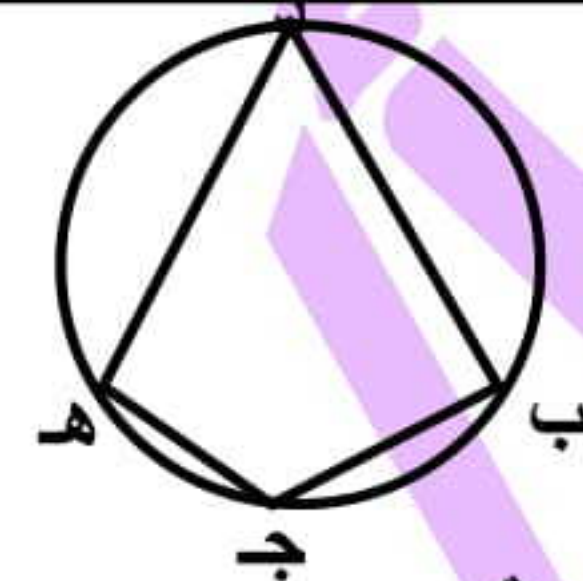
ق (أ ب هـ) = ق (أ ب) + ق (ب هـ)

ق (ب هـ ج) = ق (ج هـ) + ق (ب هـ)  
لاحظ أن : القوس ب هـ مشترك بينهما

١٨

الأقواس المتساوية في الطول  
متساوية في القياس والعكس∴ طول أب = طول ج د  
∴ ق (أ ب) = ق (ج د)طول القوس = قياس القوس  $\times \frac{2\pi}{360}$ 

١٩

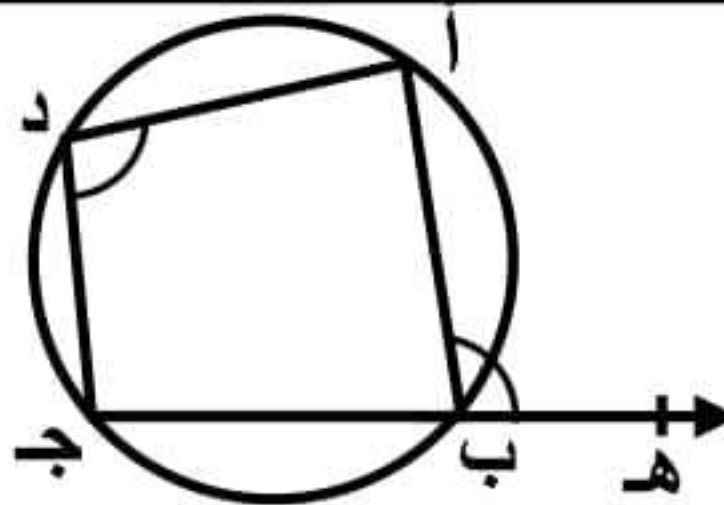
∴ الشكل د ب ج هـ  
رباعي دائري

∴ ق (د) + ق (ج) = ١٨٠

ق (أ) + ق (هـ) = ١٨٠

كل زاويتان متقابلتان مجموعهما = ١٨٠

٢٠

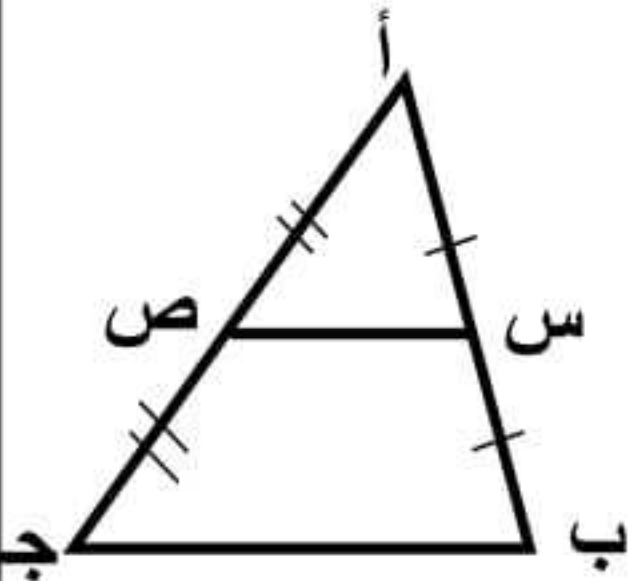


∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري

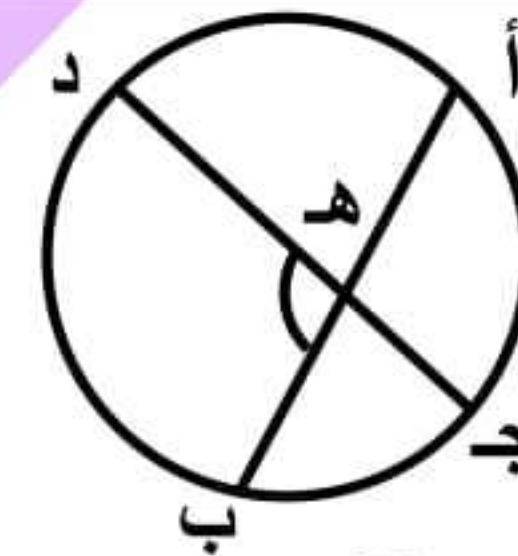
∴ ق (أ ب هـ) الخارجة = ق (د)

الزاوية الخارجة = المقابلة للمجاورة

٢١

∴ س منتصف أب،  
ص منتصف أج  
∴ س ص // ب جس ص =  $\frac{1}{2}$  ب ج

٢٢



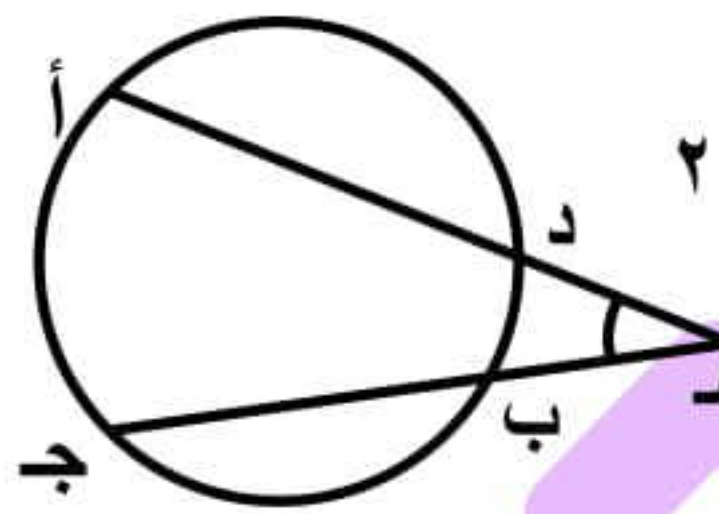
تعريف مشهور ١

ق (د هـ ب) =  $\frac{1}{2}$  [ ق (أ ج) + ق (د ب) ]

ق (أ ج) = ٢ ق (د هـ ب) - ق (د ب)

ق (د ب) = ٢ ق (د هـ ب) - ق (أ ج)

٢٣



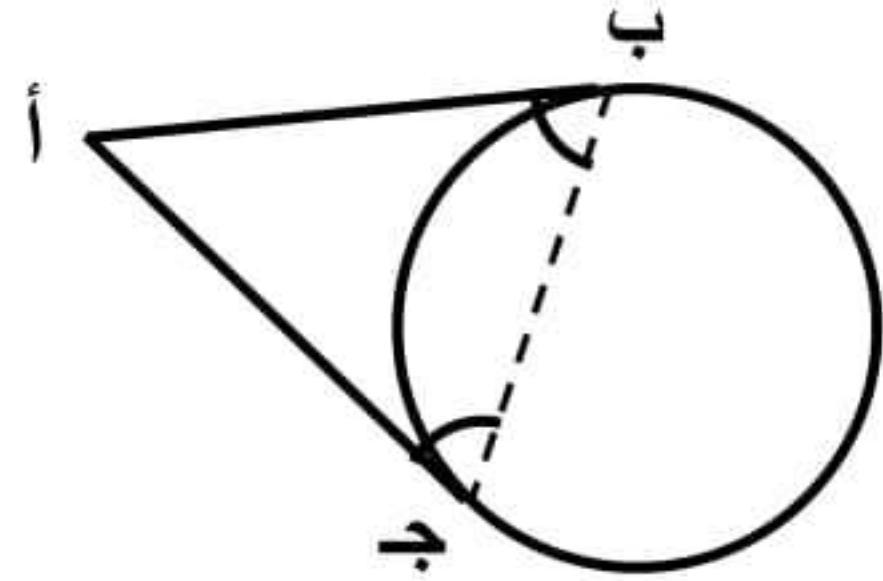
تمرين مشهور ٢

ق (هـ) =  $\frac{1}{2}$  [ ق (أ ج) - ق (د ب) ]

ق (أ ج) = ٢ ق (د ب) + ق (هـ)

ق (د ب) = ٢ ق (هـ) - ق (أ ج)

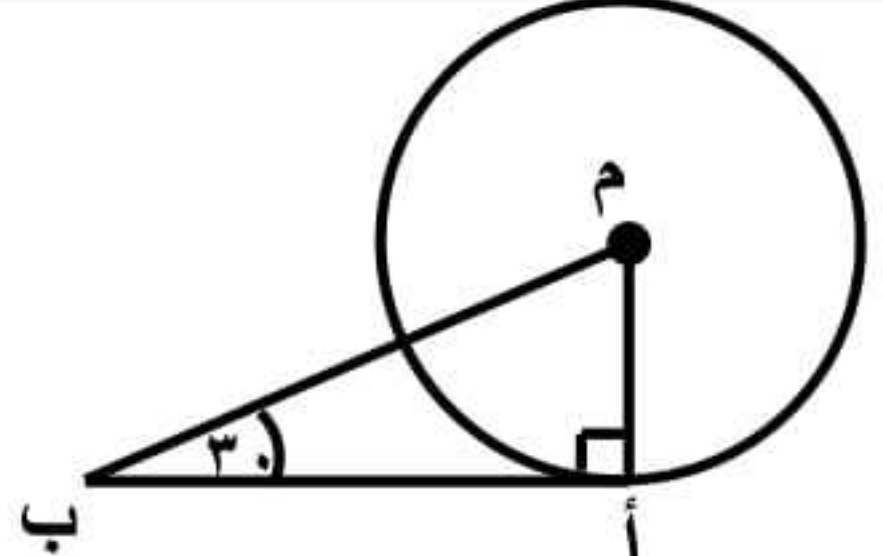
٢٤



∴ أب، أج قطعتان مماستان

∴ أب = أج، ق (ب) = ق (ج)

٢٥

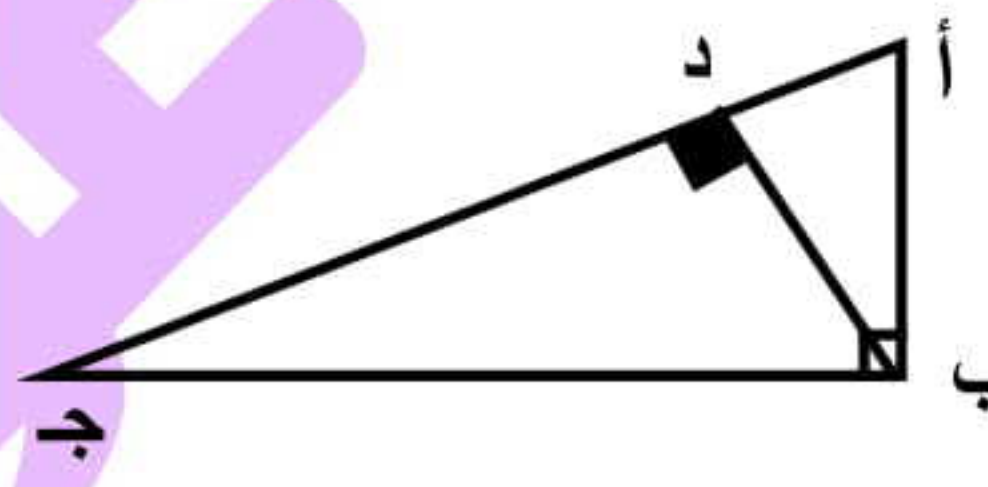


∴ Δ م أب قائم، ق (ب) = ٣٠

∴ م أ =  $\frac{1}{2}$  م ب

الضلع المقابل للزاوية ٣٠ = نصف طول الوتر

٢٦



إقليدس

∴ Δ أب ج قائم، ب د ⊥ الوتر أج

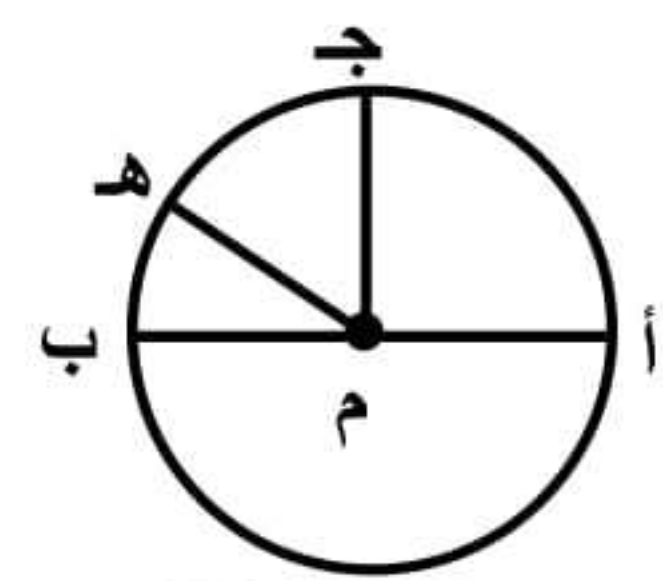
∴ ب د =  $\frac{أ ب \times ب ج}{أ ج}$ 

٢٧

لإثبات أن الشكل رباعي دائري ابحث عن  
أحدى الحالات الآتية :

- ١- زاويتان متقابلتان متكاملتان
- ٢- زاوية خارجة تساوي المقابلة للمجاورة
- ٣- زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها ومتساويتان

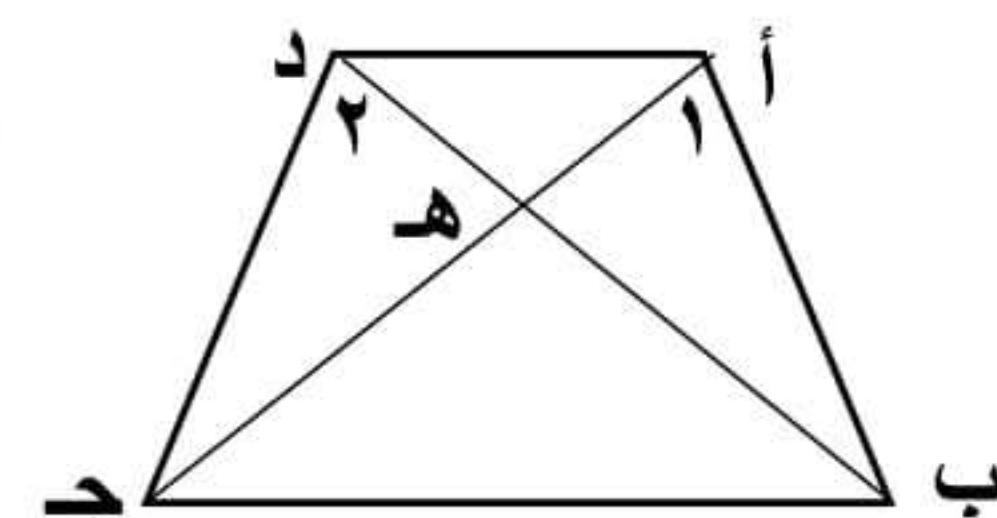
٢٨



∴ أب قطر ∴ ق (أ ج ب) = ١٨٠

∴ ق (أ ج) + ق (ج هـ) + ق (هـ ب) = ١٨٠

٢٩

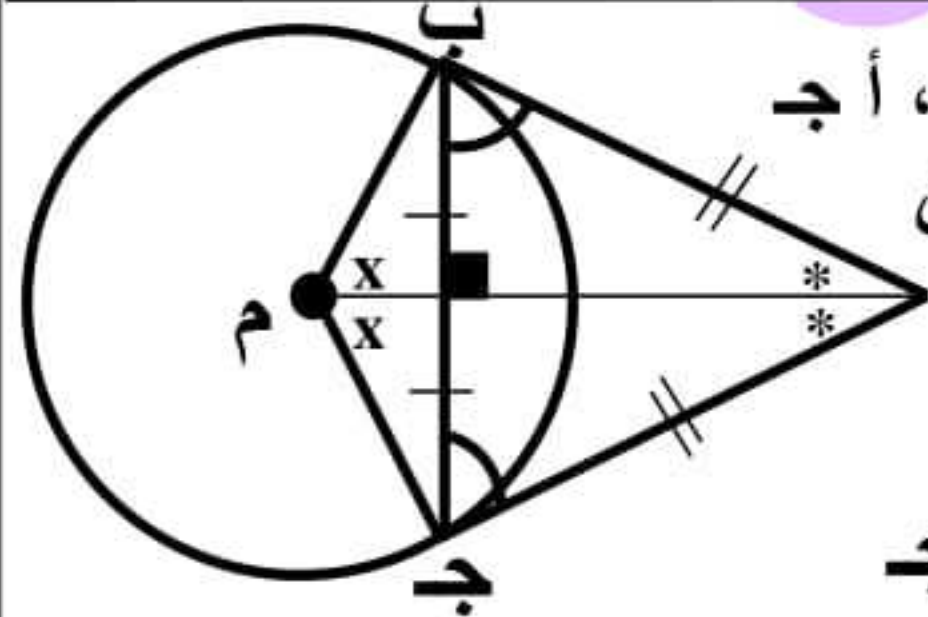


إذا كان ق (١) = ق (٢)

∴ أب ج د رباعي دائري

والعكس صحيح

٣٠



∴ أب، أج قطعتان مماستان

فإن:

■ أب = أج

■ ق (أ ب ج) = ق (أ ج ب)

■ أم ينصف أ وينصف م

■ أم ⊥ ب ج

■ أب م ج رباعي دائري



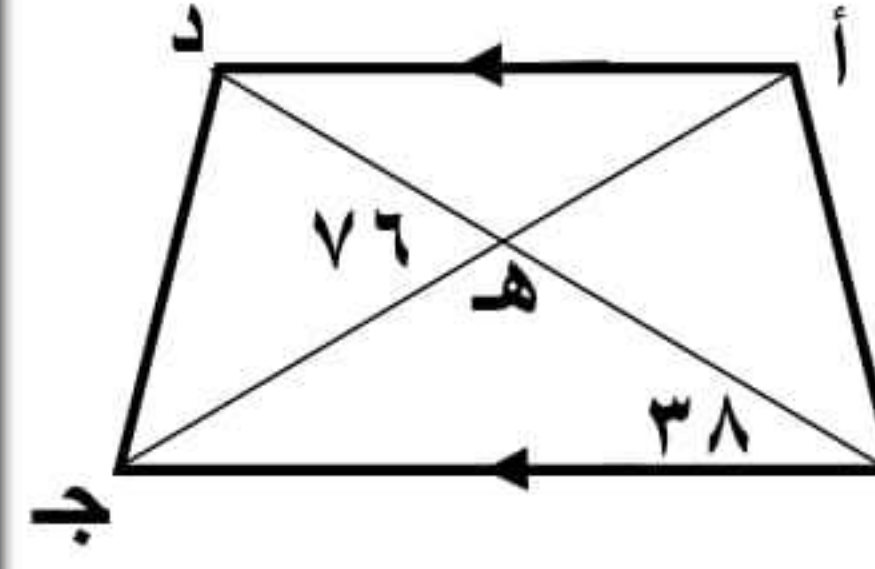




## ٥ في الشكل المقابل:

أ ب ج د شكل رباعي فيه  
 $\overline{أد} \parallel \overline{بج}$

اثبت أن



الحل

$$\text{ق (ب ه ج)} = 180 - 76 = 104$$

في  $\Delta$  ب ه ج :

$$\text{ق (ب ج ه)} = 180 - (104 + 38) = 38$$

$$\therefore \overline{أد} \parallel \overline{بج}$$

$$\therefore \text{ق (د أ ج)} = 38 \text{ بالتبادل}$$

$$\therefore \text{ق (د أ ج)} = \text{ق (د ب ج)}$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة د ج

$\therefore$  الشكل أ ب ج د رباعي دائري

## ٧ في الشكل المقابل:

ج د مماس للدائرة عند ج  
 $\overline{ج د} \parallel \overline{أب}$

ق (أ م ب) =  $120^\circ$   
 اثبت أن :

$\Delta$  ج أ ب متساوي الأضلاع

الحل

$$\therefore \overline{ج د} \parallel \overline{أب}$$

$$\therefore \text{ق (د ج ب)} = \text{ق (ج ب أ)} \text{ بالتبادل} \quad (1)$$

$$\therefore \text{ق (د ج ب)} = \text{ق (ج أ ب)} \text{ المحيطية} \quad (2)$$

$$\text{من ١، ٢ ينتج أن: ق (ج ب أ)} = \text{ق (ج أ ب)}$$

$\therefore \Delta$  ج أ ب متساوي الساقين

$$\therefore \text{ق (م)} = \text{المركزية} = 120^\circ \therefore \text{ق (أ ج ب)} = 60^\circ$$

$\therefore \Delta$  ج أ ب متساوي الأضلاع

## ٦ في الشكل المقابل:

م س  $\perp$  أ ب ، م ص  $\perp$  أ ج

$$\text{ق (أ)} = 60^\circ$$

$$\text{ق (ب)} = 70^\circ$$

أوجد قياسات زوايا  $\Delta$  م س ص

الحل

$$\text{ق (ج)} = 180 - (60 + 70) = 50^\circ$$

$$\therefore \overline{م س} \perp \overline{أ ب} \therefore \text{س منتصف أ ب}$$

$$\therefore \overline{م ص} \perp \overline{أ ج} \therefore \text{ص منتصف أ ج}$$

$\therefore \overline{م س} \parallel \overline{ب ج}$  (قطعة واصلت بين منتصفى ضلعين)

$$\therefore \text{ق (أ س ص)} = 70^\circ, \text{ق (أ ص س)} = 50^\circ \text{ بالتناظر}$$

$$\therefore \text{ق (م س ص)} = 90 - 70 = 20^\circ$$

$$\therefore \text{ق (م ص س)} = 90 - 50 = 40^\circ$$

في  $\Delta$  م س ص :

$$\text{ق (س م ص)} = 180 - (40 + 20) = 120^\circ$$

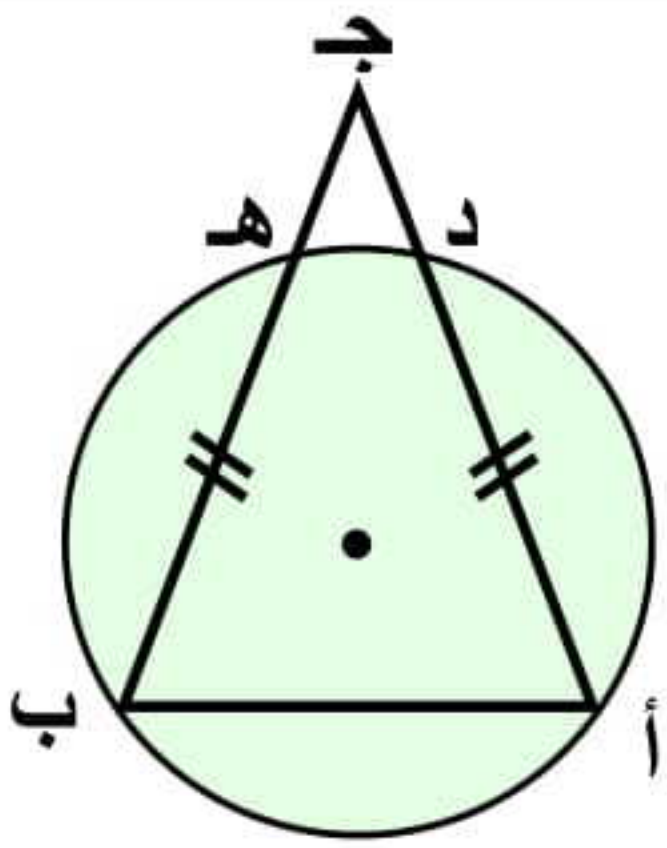
## ٨ في الشكل المقابل:

أ د ، ب ه وتران متساويان في

الطول في الدائرة

$$\overline{أ د} \cap \overline{ب ه} = \{ج\}$$

اثبت أن : ج د = ج ه



الحل

$$\therefore \overline{أ د} = \overline{ب ه} \therefore \text{ق (أ د)} = \text{ق (ب ه)}$$

وبإضافة ق (د ه) للطرفين

$$\therefore \text{ق (أ ه)} = \text{ق (ب د)}$$

$$\therefore \text{ق (ب)} = \text{ق (أ)} \therefore \text{ج أ} = \text{ج ب}$$

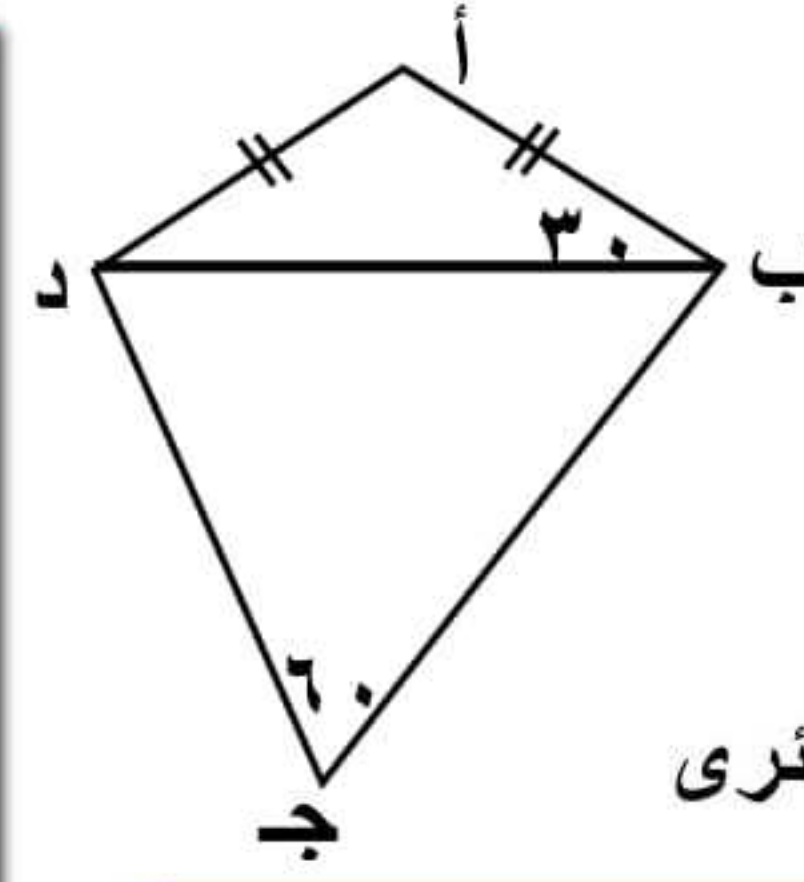
في  $\Delta$  ج أ ب :

$$\therefore \text{ج أ} = \text{ج ب} , \text{د أ} = \text{ه ب}$$

بالطرح ينتج أن : ج د = ج ه



## ٩ في الشكل المقابل:



أ ب ج د شكل رباعي فيه  
 $\angle A = 30^\circ$  ،  $\angle C = 60^\circ$   
 أثبت أن: الشكل أ ب ج د رباعي دائري

الحل

$\because \angle A = \angle C$   $\therefore \Delta$  أ ب د متساوي الساقين

$$\therefore \angle ADB = \angle CDB = 30^\circ$$

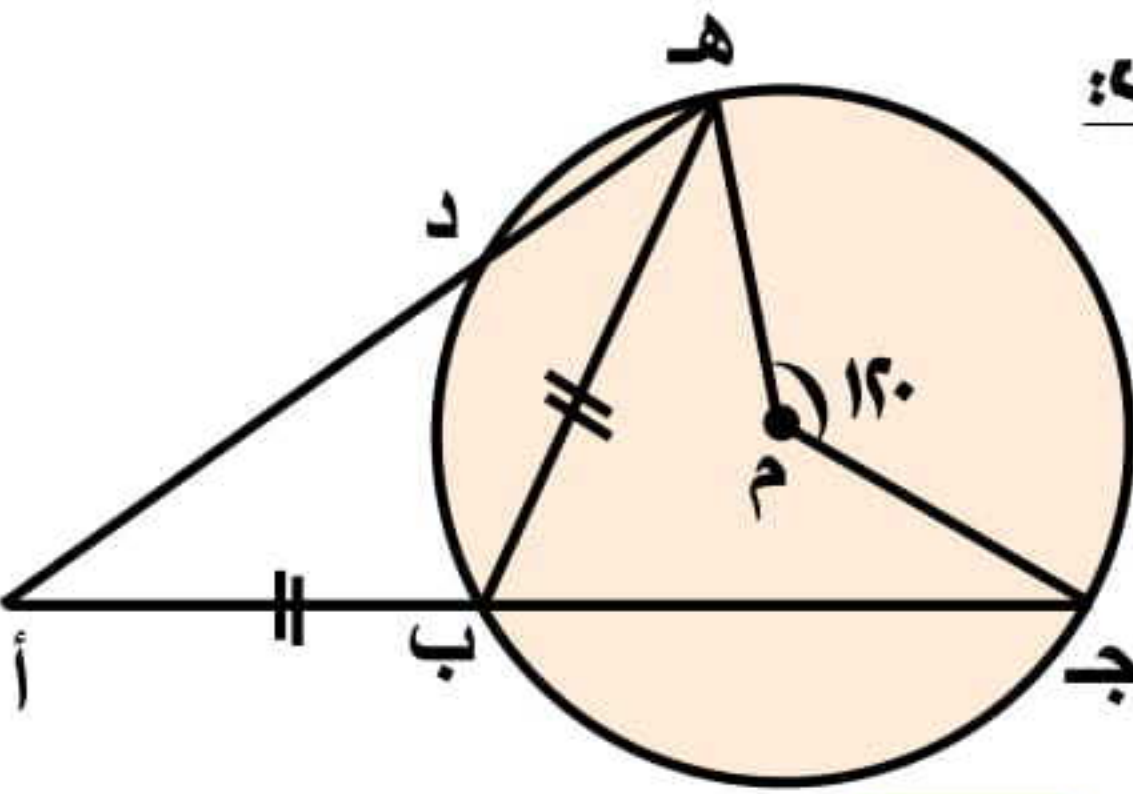
$$\therefore \angle A = 30^\circ = (30^\circ + 30^\circ) - 180^\circ = \angle C$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

وهما زاويتان متقابلتان متكاملتان

$\therefore$  الشكل أ ب ج د رباعي دائري

## ١١ في الشكل المقابل:



ق (هـ م ج)  $= 120^\circ$   
 $AB = AC$   
 أوجد: ق (هـ أ ب)

الحل

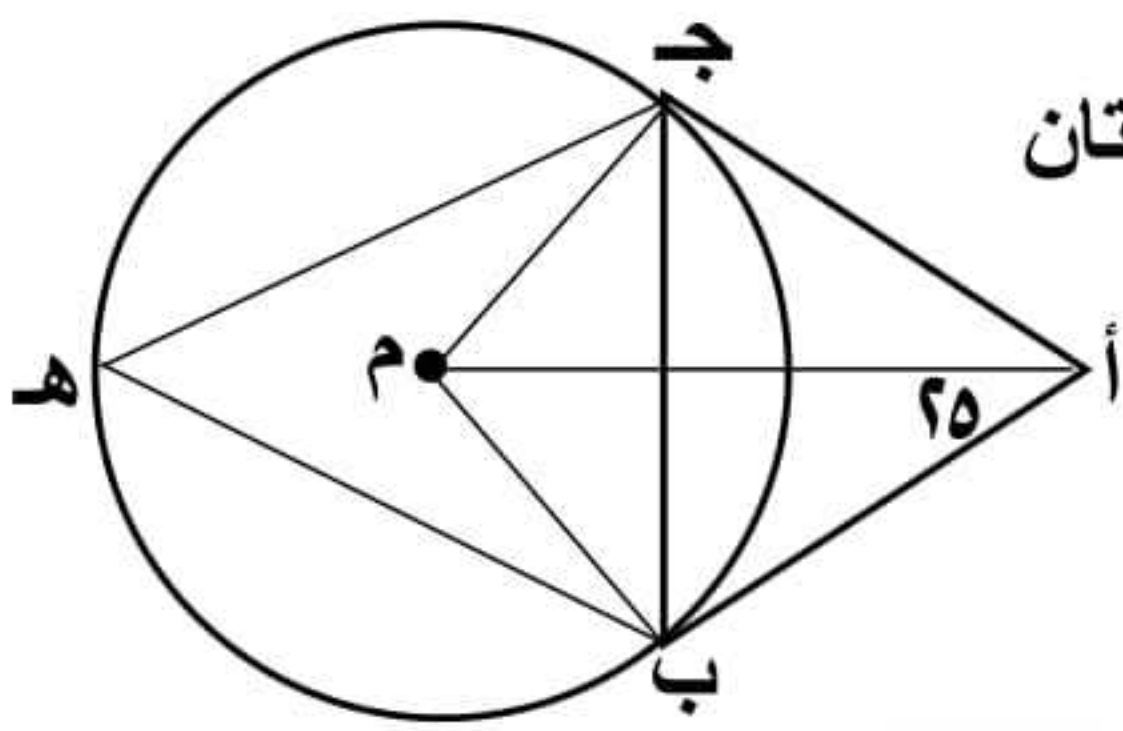
$\because$  ق (هـ ب ج) المحيطية  $= \frac{1}{2}$  ق (م) المركزية

لأنهما مشتركتان في أ ج  $\therefore$  ق (هـ ب ج)  $= 60^\circ$

$\because AB = AC$  ، هـ ب ج خارجة عن  $\Delta$  هـ ب أ

$$\therefore \text{ق (ب هـ أ)} = \text{ق (هـ أ ب)} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

## ١٢ في الشكل المقابل:



أ ب ، أ ج قطعتان مماستان  
 ق (ب أ م)  $= 25^\circ$   
 هـ ب ج الأكبر  
 أوجد: (١) ق (أ ج ب)  
 (٢) ق (ب هـ ج)

الحل

$\because$  أ ب ، أ ج قطعتان مماستان  $\therefore$  أ م ينصف أ

$$\therefore \text{ق (أ)} = 2 \times 25 = 50^\circ$$

$$\text{في } \Delta \text{ أ ج ب: ق (أ ج ب)} = \frac{50^\circ - 180^\circ}{2} = 65^\circ \text{ أولاً}$$

$\because$  أ ج مماسة ، م ج نصف قطر  $\therefore$  م ج  $\perp$  أ ج

$$\therefore \text{ق (أ ج م)} = 90^\circ$$

كذلك  $\because$  أ ب مماسة ، م ب نصف قطر  $\therefore$  م ب  $\perp$  أ ب

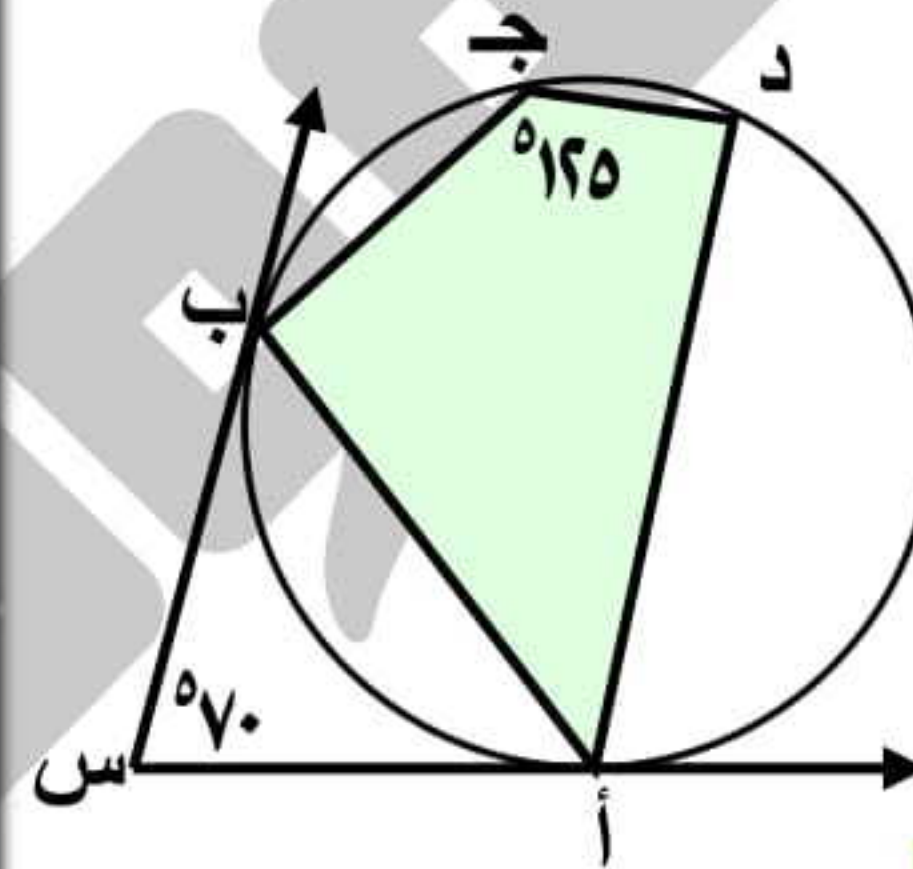
$$\therefore \text{ق (أ ب م)} = 90^\circ$$

في الشكل الرباعي أ ب م ج

$$\text{ق (ج م ب)} = (90^\circ + 90^\circ + 50^\circ) - 360^\circ = 130^\circ$$

$$\therefore \text{ق (ب هـ ج) المحيطية} = \frac{1}{2} \text{ ق (ب م ج) المركزية} = 65^\circ$$

## ١٠ في الشكل المقابل:



س أ ، س ب مماسان  
 ق (أ س ب)  $= 70^\circ$   
 ق (د ج ب)  $= 125^\circ$   
 أثبت أن: (١) أ ب ينصف د أ س  
 (٢) أ د  $\parallel$  س ب

الحل

$\because$  أ ب ج د رباعي دائري

$$\therefore \text{ق (ج)} + \text{ق (د أ ب)} = 180^\circ$$

$$\therefore \text{ق (د أ ب)} = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ \text{ (١)}$$

$\because$  س أ ، س ب مماستان للدائرة

$$\therefore \text{س أ} = \text{س ب}$$

$\therefore \Delta$  س أ ب متساوي الساقين

$$\therefore \text{ق (س أ ب)} = \frac{70^\circ - 180^\circ}{2} = 55^\circ \text{ (٢)}$$

من ١، ٢ ينتج أن: ق (د أ ب) = ق (س أ ب)

$\because$  أ ب ينصف د أ س المطلوب الأول

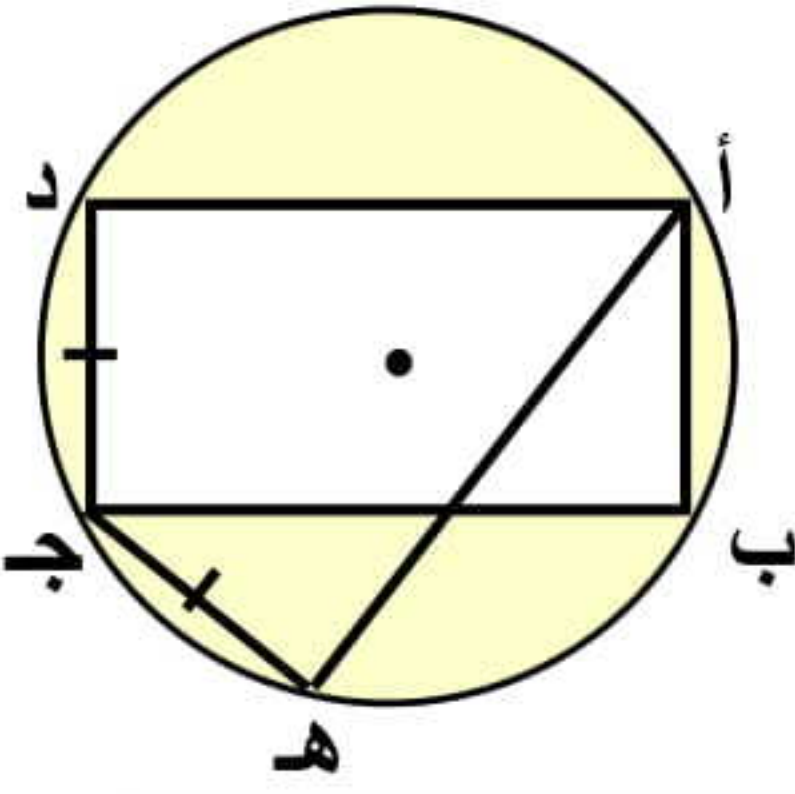
$$\therefore \text{ق (د أ س)} = 55^\circ + 55^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore \text{ق (د أ س)} + \text{ق (س ب)} = 110^\circ + 70^\circ = 180^\circ \text{ وهما متداخلتان}$$

$$\therefore \text{أ د} \parallel \text{س ب}$$



## ١٥ في الشكل المقابل:



أ ب ج د مستطيل مرسوم داخل دائرة  
ج ه = ج د  
اثبت أن : أ ه = ب ج

الحل

∴ أ ب = د ج خواص المستطيل

ه ج = د ج ( معطى )

∴ أ ب = ه ج

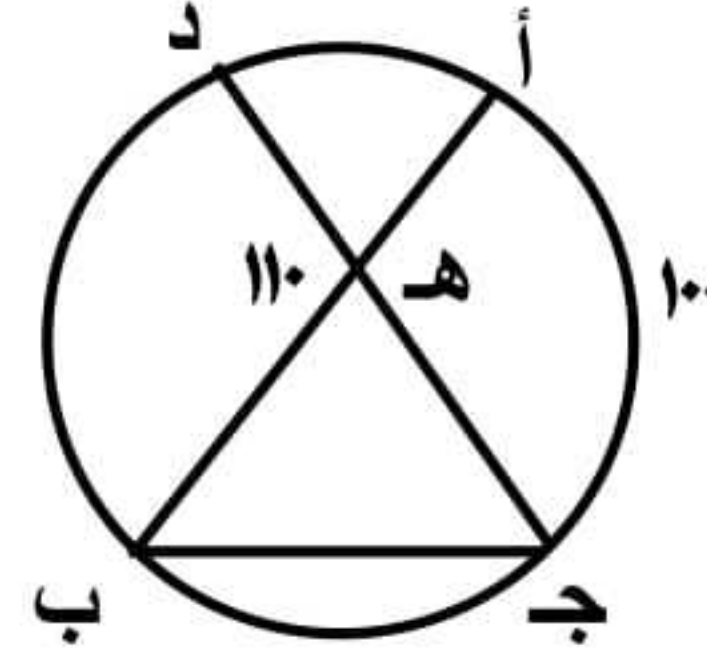
∴ ق ( أ ب ) = ق ( ه ج )

بإضافة ق ( ب ه ) للطرفين

∴ ق ( أ ه ) = ق ( ب ج )

∴ أ ه = ب ج ه ط ث

## ١٣ في الشكل المقابل:



أ ب ج د = { ه }  
ق ( د ه ب ) = ١١٠°  
ق ( أ ج ) = ١٠٠°  
أوجد ق ( د ج ب )

الحل

من تمرين مشهور :

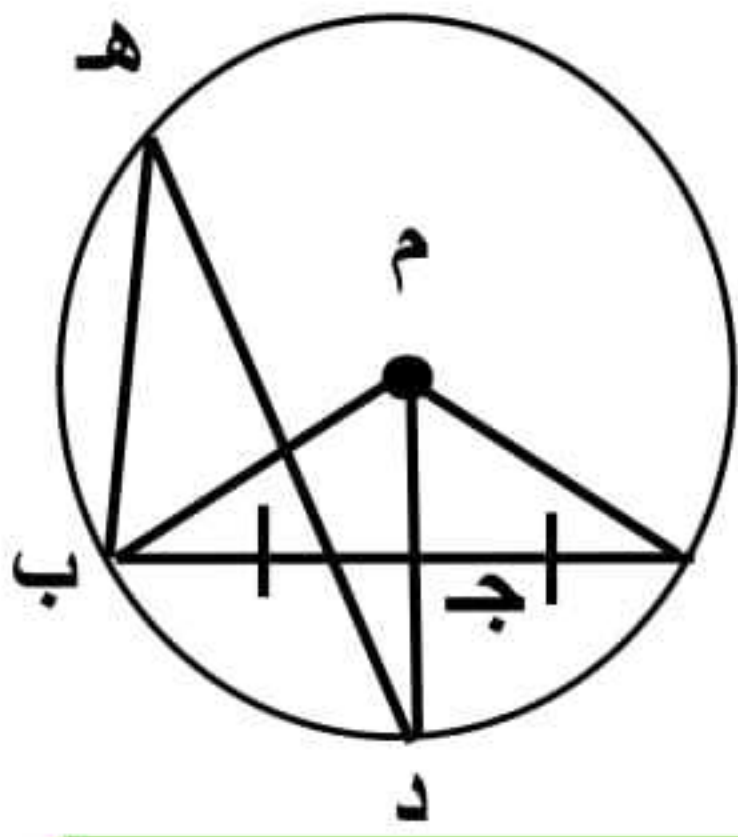
ق ( د ب ) = ٢ ق ( د ه ب ) - ق ( أ ج )

١٢٠ = ١٠٠ - ١١٠ × ٢ =

∴ ق ( د ج ب ) المحيطية =  $\frac{1}{2}$  ق ( د ب )

∴ ق ( د ج ب ) =  $\frac{١٢٠}{٢}$  = ٦٠°

## ١٦ في الشكل المقابل:



ج منتصف أ ب  
ق ( م أ ب ) = ٢٠°  
أوجد : ق ( ب ه د ) ، ق ( أ د ب )

الحل

∴ م أ = م ب أنصاف أقطار

∴ Δ م أ ب متساوي الساقين ∴ ق ( م ب أ ) = ٢٠°

∴ ج منتصف أ ب ∴ م ج ⊥ أ ب ∴ ق ( م ج ب ) = ٩٠°

في Δ م ج ب : ق ( ج م ب ) = ١٨٠ - ( ٢٠ + ٩٠ ) = ٧٠°

∴ ق ( ب ه د ) =  $\frac{1}{2}$  ق ( د م ب )

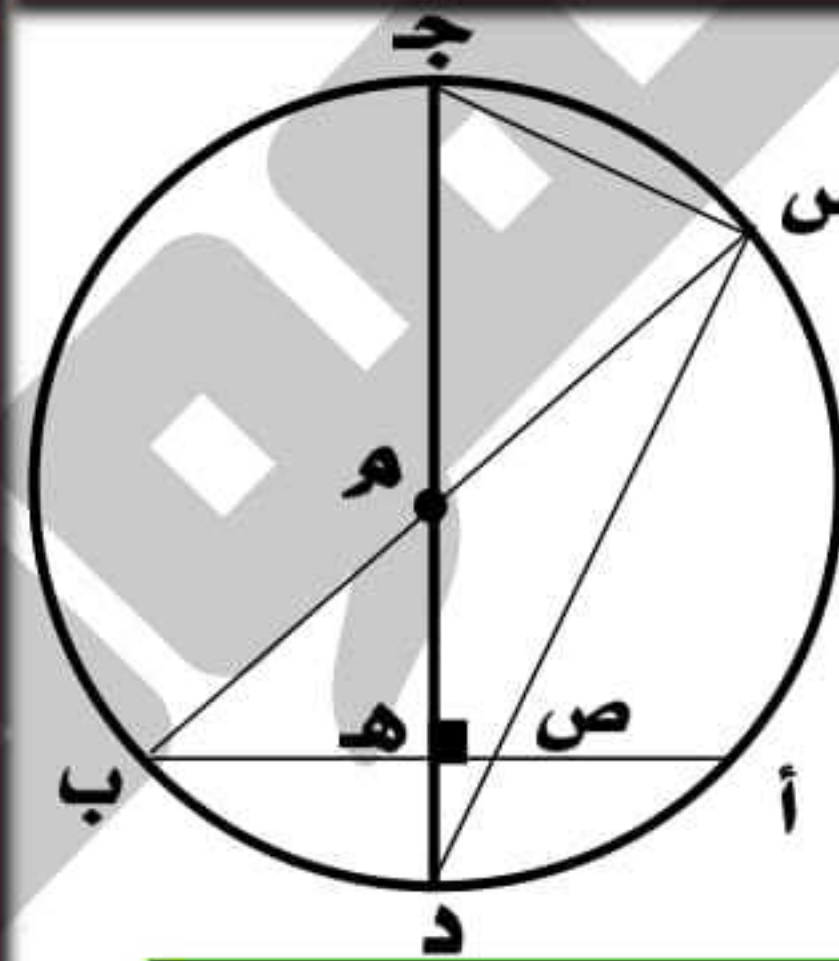
محيطية ومركزية مشتركتان في أ ب

∴ ق ( ب ه د ) = ٣٥° المطلوب الأول

في Δ م أ ب : ق ( أ م ب ) = ١٨٠ - ( ٢٠ + ٢٠ ) = ١٤٠°

∴ ق ( أ د ب ) = ق ( أ م ب ) المركزية = ١٤٠°

## ١٤ في الشكل المقابل:



ج د قطر ⊥ أ ب

اثبت أن :

١- س ص ه ج رباعي دائري

٢- ق ( د ص ب ) = ق ( د ب س )

الحل

∴ ج د ⊥ أ ب ∴ ق ( ج ه ص ) = ٩٠°

∴ ق ( ج س د ) = ٩٠° محيطية مرسومة في نصف دائرة

∴ ق ( ج ه ص ) + ق ( ج س د ) = ١٨٠° (متقابلتان متكاملتان)

المطلوب الأول

∴ س ص ه ج رباعي دائري

∴ ق ( د ص ب ) = ق ( ج ه د ) (١)

لأن قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة

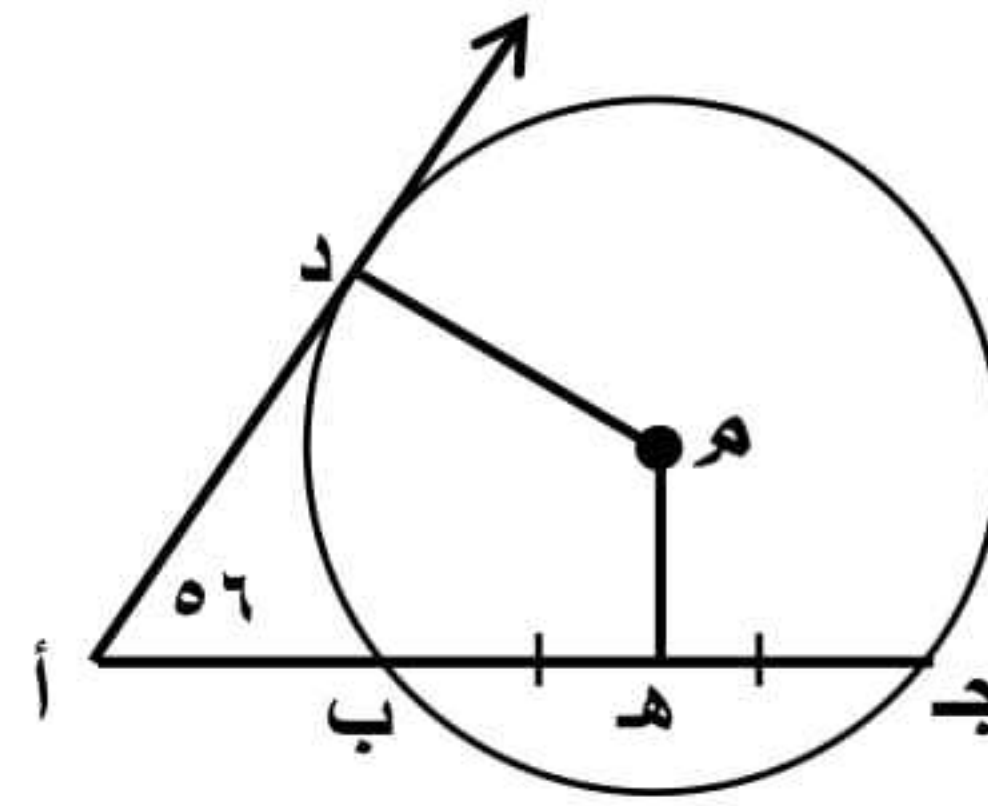
∴ ق ( د ب س ) = ق ( ج ه د ) (٢)

لأنهما محيطيتان مشتركتان في س د

من ١، ٢ ينتج أن : ق ( د ص ب ) = ق ( د ب س )



## ١٧ في الشكل المقابل:



أ د مماس للدائرة عند د  
هـ منتصف ب ج  
ق (أ) = ٥٦°  
أوجد ق (د م هـ)

## الحل

∴ أ د مماس ، م د نصف قطر ∴ م د ⊥ أ د

∴ ق (م د أ) = ٩٠°

∴ هـ منتصف ج ب ∴ م هـ ⊥ ج ب

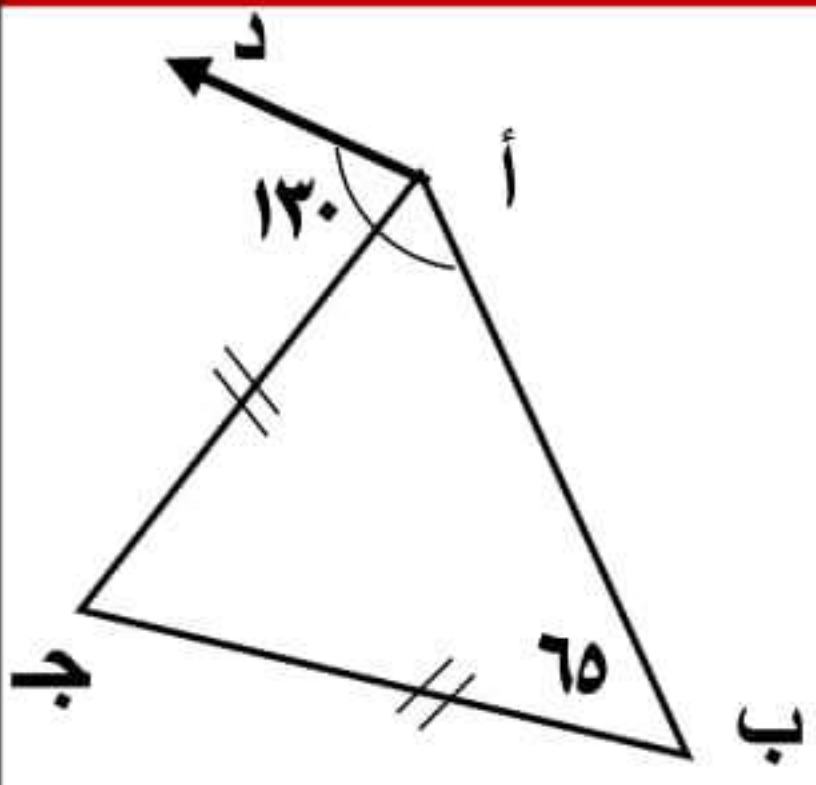
∴ ق (م هـ ب) = ٩٠°

∴ مجموع قياسات الشكل الرباعي م هـ أ د = ٣٦٠°

∴ ق (د م هـ) = (٩٠ + ٩٠ + ٥٦) - ٣٦٠ =

١٢٤° = ٢٣٦ - ٣٦٠ =

## ١٩ في الشكل المقابل:



ج أ = ج ب  
ق (ب أ د) = ١٣٠°  
ق (ب) = ٦٥°  
اثبت أن:  
أ د مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ج

## الحل

∴ ج أ = ج ب

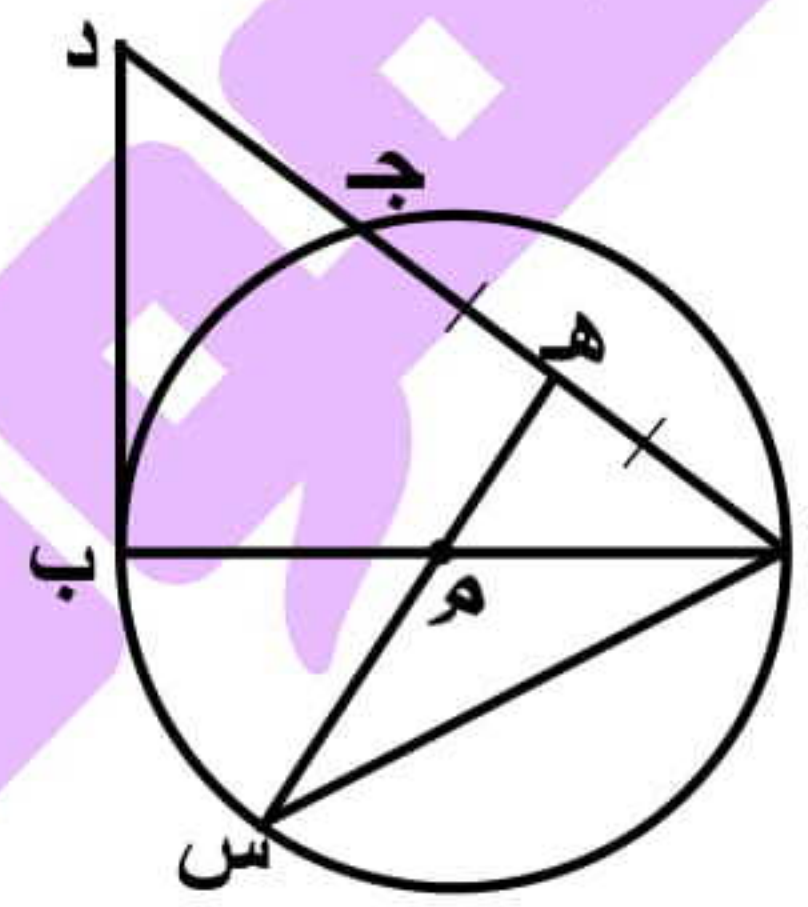
∴ ق (ج أ ب) = ق (ب) = ٦٥°

∴ ق (د أ ج) = ٦٥ - ١٣٠ = ٦٥°

∴ ق (د أ ج) = ق (ب) = ٦٥°

∴ أ د مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ج

## ١٨ في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م  
هـ منتصف أ ج ، د ب مماس  
اثبت أن:  
(١) م ب د هـ رباعي دائري  
(٢) ق (ب أ س) = ١/٢ ق (د)

## الحل

∴ د ب مماس ∴ د ب ⊥ أ ب

∴ ق (ب) = ٩٠° ← ١

∴ هـ منتصف أ ج ∴ م هـ ⊥ أ ج

∴ ق (م هـ د) = ٩٠° ← ٢

من ١ ، ٢ ينتج أن: ق (ب) + ق (م هـ د) = ١٨٠°

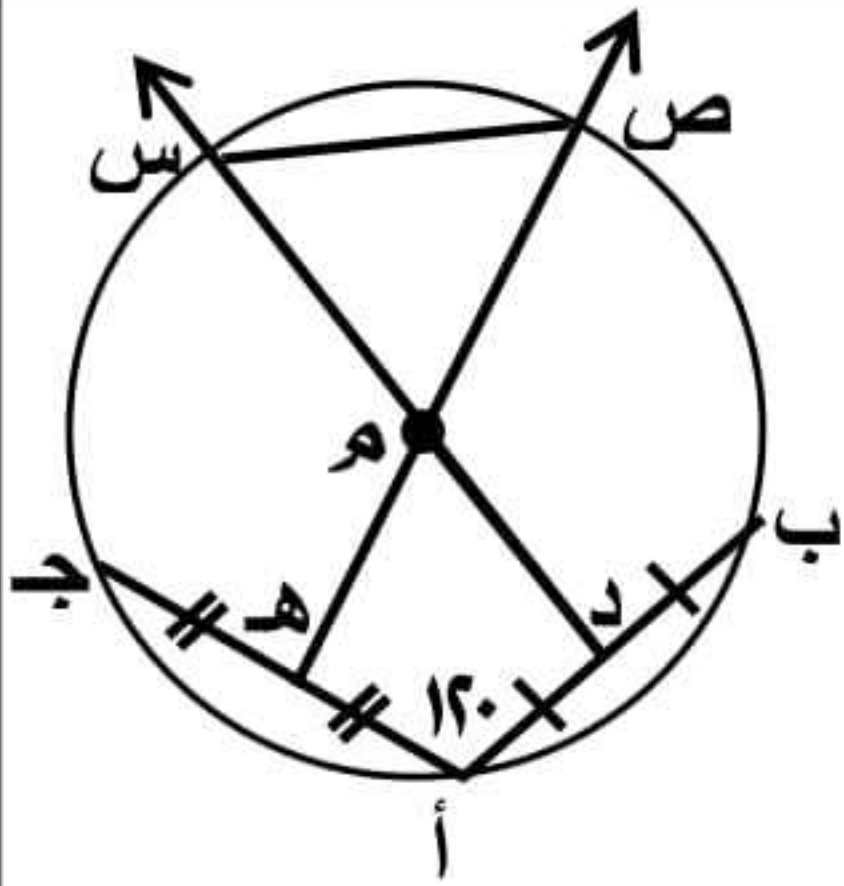
∴ الشكل م ب د هـ رباعي دائري

∴ ق (د) = ق (ب م س) الخارجة ← ٣

∴ ق (ب أ س) المحيطية = ١/٢ ق (ب م س) المركزية ← ٤

من ٣ ، ٤ : ∴ ق (ب أ س) = ١/٢ ق (د)

## ٢٠ في الشكل المقابل:



د ، هـ منتصف أ ب ، أ ج  
على الترتيب  
ق (أ) = ١٢٠°  
اثبت أن:  
Δ س ص م متساوي الأضلاع

## الحل

∴ د منتصف أ ب ∴ م د ⊥ أ ب

∴ ق (م د أ) = ٩٠°

∴ هـ منتصف أ ج ∴ م هـ ⊥ أ ج

∴ ق (م هـ أ) = ٩٠°

∴ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق (د م هـ) = (٩٠ + ٩٠ + ١٢٠) - ٣٦٠ = ٦٠°

∴ ق (ص م س) = ٦٠° بالتقابل بالرأس

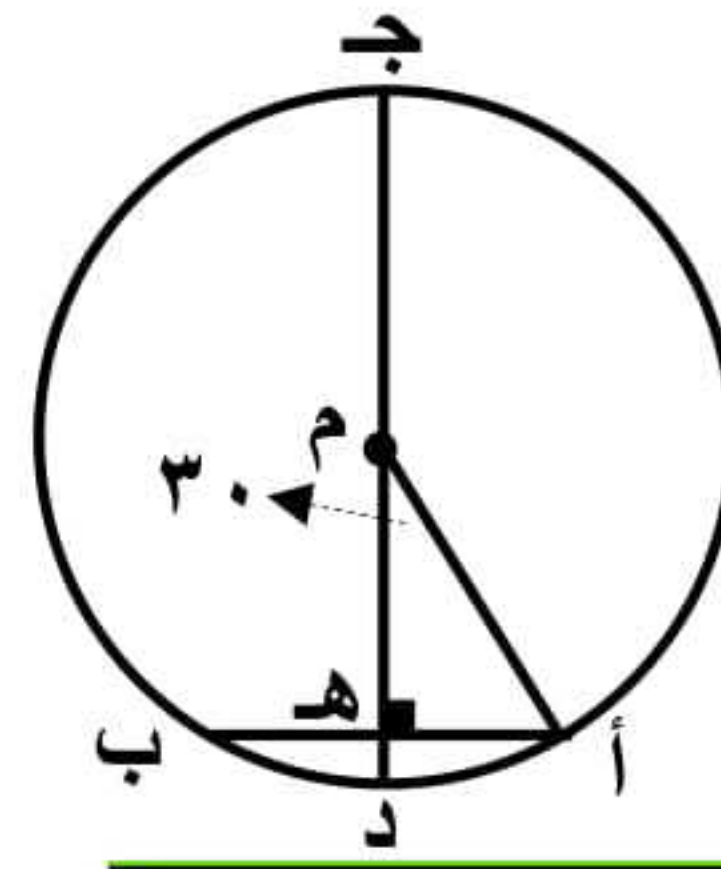
∴ م ص = م س (أنصاف أقطار)

∴ ق (م ص س) = ق (م س ص) = ٦٠°

∴ Δ س ص م متساوي الأضلاع (جميع زواياه ٦٠°)



## ٢١) في الشكل المقابل:



الحل

∴  $\overline{MD} \perp \overline{AB}$  ∴  $\overline{MB}$  منتصف  $\overline{AB}$  ∴  $\overline{AB} = 10$  سم

∴  $\angle (A \hat{M} B) = 30^\circ$  ∴  $\overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{AM}$  ∴  $\overline{AM} = 10$  سم

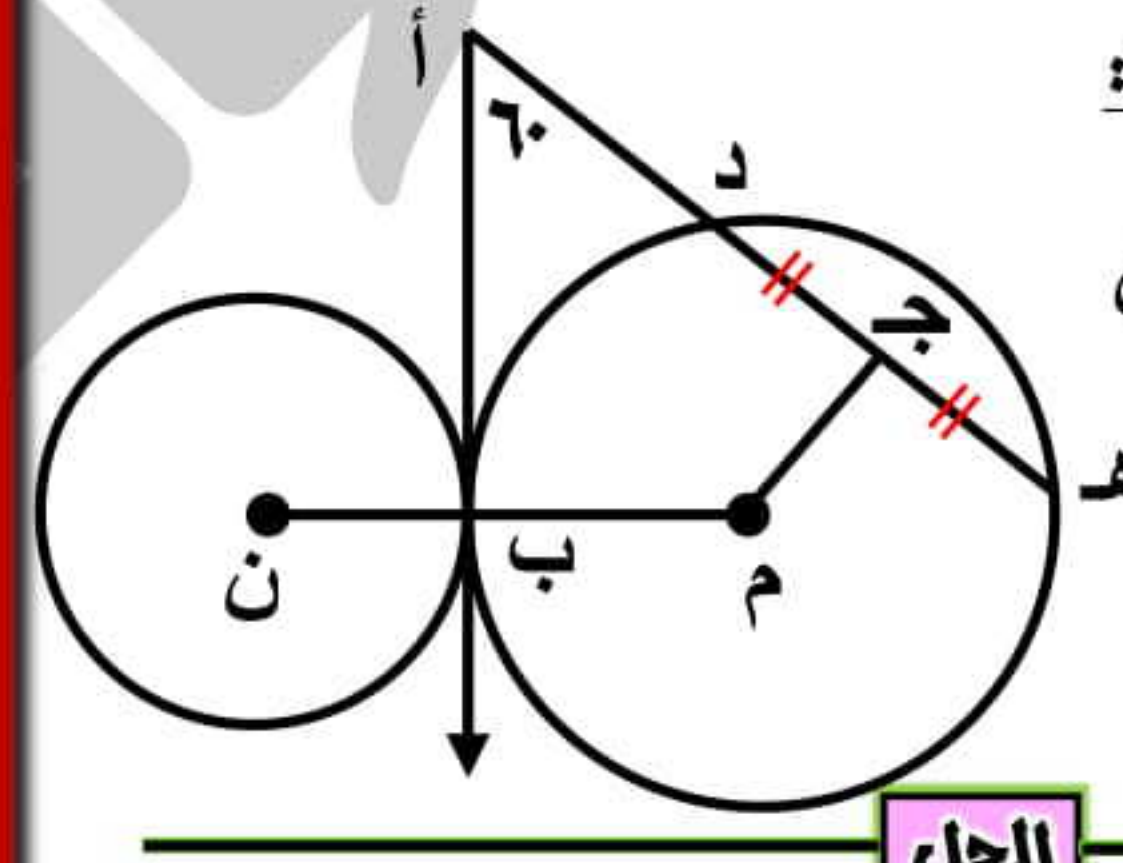
∴ القطر  $\overline{JD} = 2 \times 10 = 20$  سم المطلوب الأول

في  $\triangle MAB$  من فيثاغورث:

$$(\overline{MB})^2 = (\overline{AM})^2 - (\overline{AB})^2 = 100 - 25 = 75$$

$$\therefore \overline{MB} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ سم}$$

## ٢٢) في الشكل المقابل:



الحل

∴  $\overline{AB} \perp \overline{BC}$  ∴  $\overline{BC}$  منتصف  $\overline{AC}$

$$\therefore \angle (A \hat{C} B) = 90^\circ$$

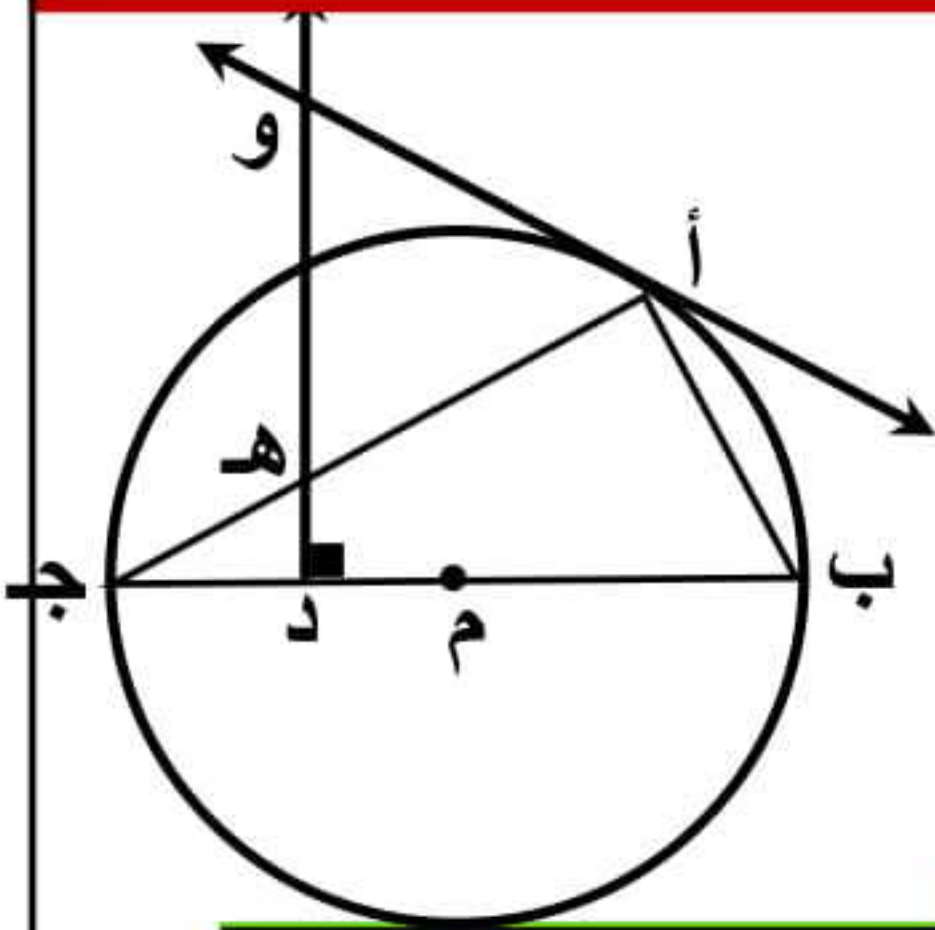
∴  $\overline{MN}$  خط مركزين ،  $\overline{AB}$  مماس مشترك

$$\therefore \overline{MN} \perp \overline{AB} \therefore \angle (A \hat{B} M) = 90^\circ$$

∴ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي  $\overline{ABM}$   $= 360^\circ$

$$\therefore \angle (C \hat{B} M) = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$$

## ٢٣) في الشكل المقابل:



الحل

∴  $\overline{BD}$  قطر

$$\therefore \angle (B \hat{A} D) = 90^\circ \text{ (محيطية في نصف دائرة)} \leftarrow 1$$

$$\therefore \overline{DO} \perp \overline{AB} \therefore \angle (H \hat{D} J) = 90^\circ \leftarrow 2$$

من ١، ٢ ينتج أن:

$\angle (H \hat{D} J) = \angle (B \hat{A} D)$  المقابلة للمجاورة  
∴ الشكل  $\overline{ABDH}$  رباعي دائري

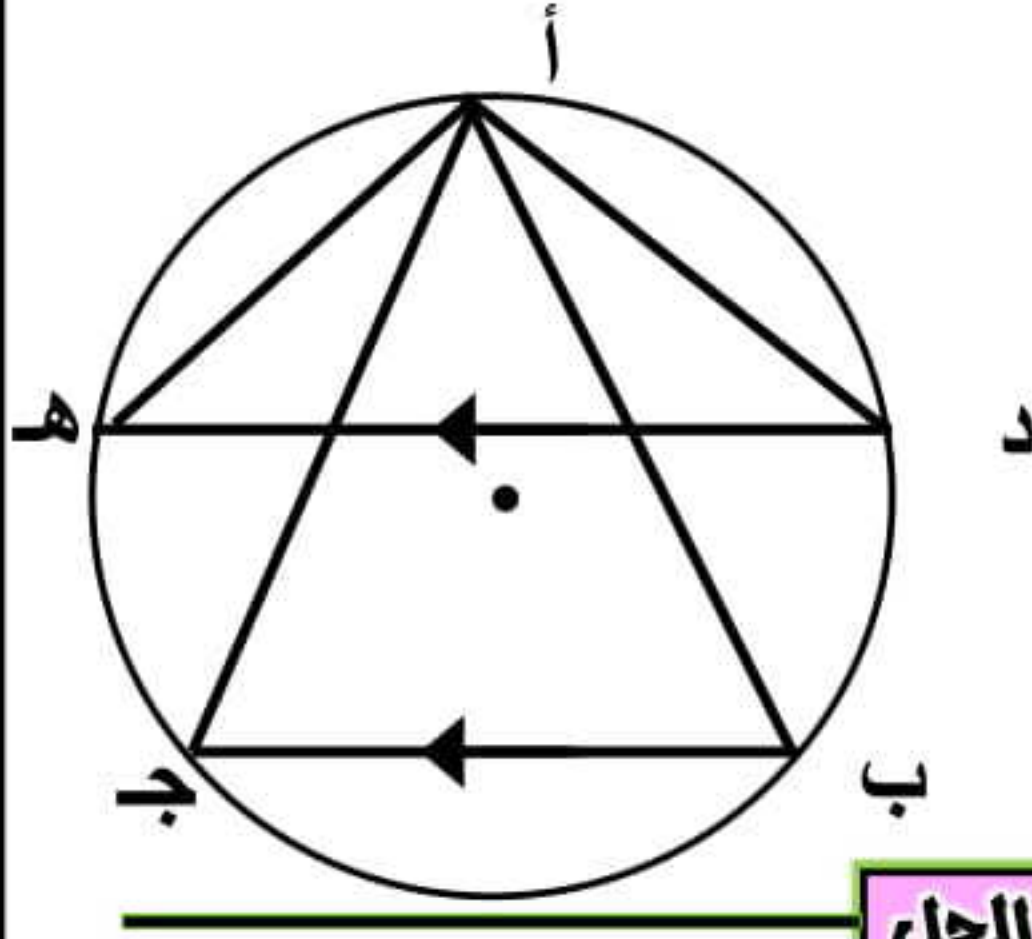
$$\therefore \angle (A \hat{H} O) = \angle (B \hat{H} D) \text{ المقابلة للمجاورة} \leftarrow 3$$

$$\therefore \angle (O \hat{A} H) = \angle (B \hat{H} D) \text{ المحيطية} \leftarrow 4$$

من ٣، ٤ ينتج أن:  $\angle (A \hat{H} O) = \angle (O \hat{A} H)$

∴  $\triangle AOH$  متساوي الساقين

## ٢٤) في الشكل المقابل:



الحل

$$\therefore \overline{DH} \parallel \overline{AB}$$

$$\therefore \angle (D \hat{B} A) = \angle (H \hat{B} A)$$

$$\therefore \angle (D \hat{A} B) = \angle (H \hat{A} B) \text{ المحيطية}$$

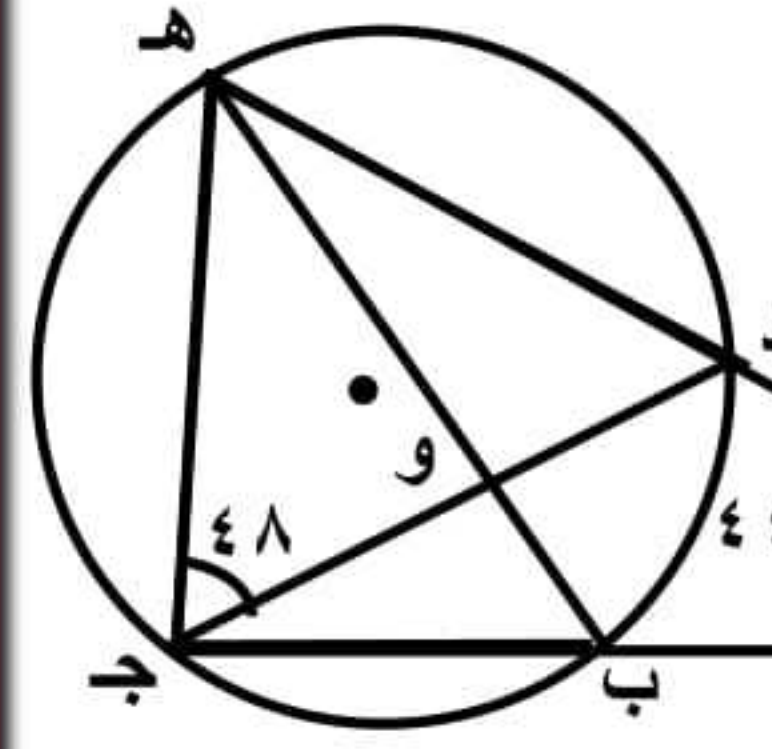
لأنهما محيطيتان أقواسهما متساويتان

وبإضافة  $\angle (B \hat{A} D)$  للطرفين

$$\therefore \angle (D \hat{A} B) = \angle (B \hat{A} H) \text{ هـ ط ث}$$



## ٢٥ في الشكل المقابل:



ق (أ) = 30° ، ق (ب) = 44°  
ق (د) = 48°  
أوجد: (١) ق (هـ ج)  
(٢) ق (ب ج)

الحل

من تمرين مشهور ٢:

$$ق(هـ ج) = 2 ق(أ) + ق(ب)$$

$$ق(هـ ج) = 2 \times 30 + 44 = 104^\circ$$

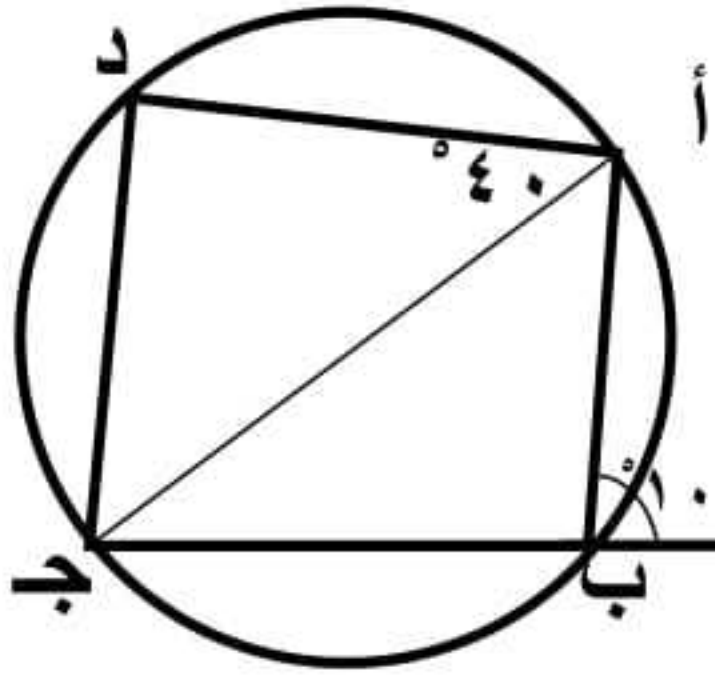
$$ق(د ج هـ) = 48^\circ$$

$$ق(د هـ) = 2 \times 48 = 96^\circ$$

$$قياس الدائرة = 360^\circ$$

$$ق(ب ج) = (96 + 104 + 48) - 360 = 116^\circ$$

## ٢٧ في الشكل المقابل:



ق (أ ب هـ) = 100°  
ق (ج أ د) = 40°  
اثبت أن:  
ق (ج د) = ق (أ د)

الحل

∴ أ ب هـ زاوية خارجة عن الرباعي الدائري أ ب ج د

$$\therefore ق(د) = ق(أ ب هـ) = 100^\circ$$

في Δ أ د ج:

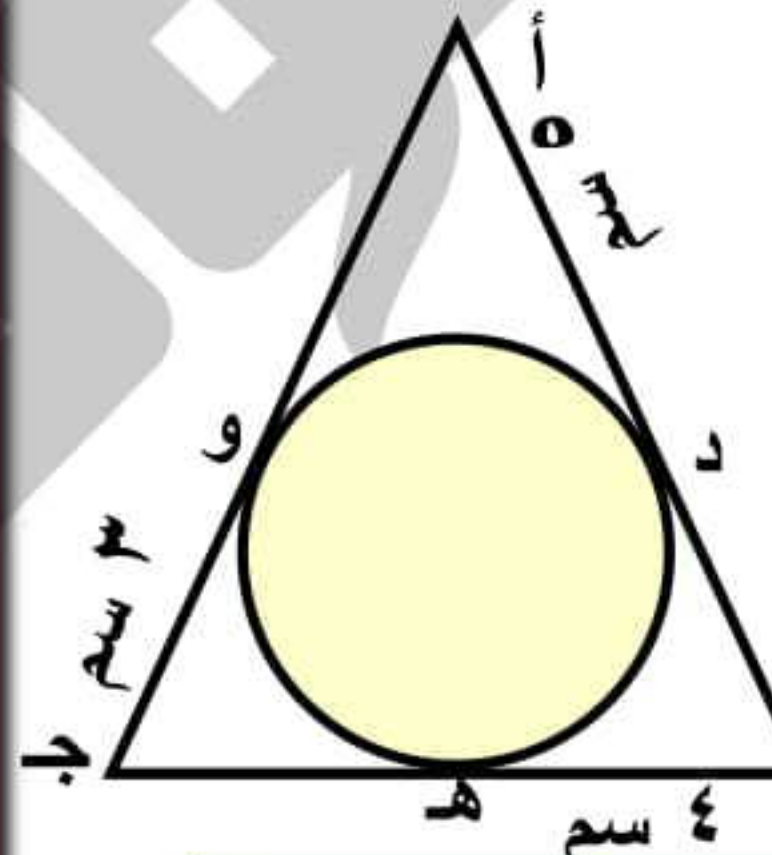
$$ق(أ ج د) = 180 - (40 + 100) = 40^\circ$$

$$\therefore ق(د أ ج) = ق(أ ج د) = 40^\circ$$

$$\therefore أ د = د ج$$

$$\therefore ق(ج د) = ق(أ د)$$

## ٢٦ في الشكل المقابل:



Δ أ ب ج مرسوم خارج الدائرة م  
وتمس أضلاعه أ ب ، أ ج ، ب ج  
في د ، هـ ، و على الترتيب  
أ د = ٥ سم ، ب هـ = ٤ سم ، ج و = ٣ سم  
أوجد محيط Δ أ ب ج

الحل

$$\therefore أ د ، أ و قطعتان مماستان$$

$$\therefore أ د = أ و = ٥ سم$$

$$\therefore ب د ، ب هـ قطعتان مماستان$$

$$\therefore ب د = ب هـ = ٤ سم$$

$$\therefore ج هـ ، ج و قطعتان مماستان$$

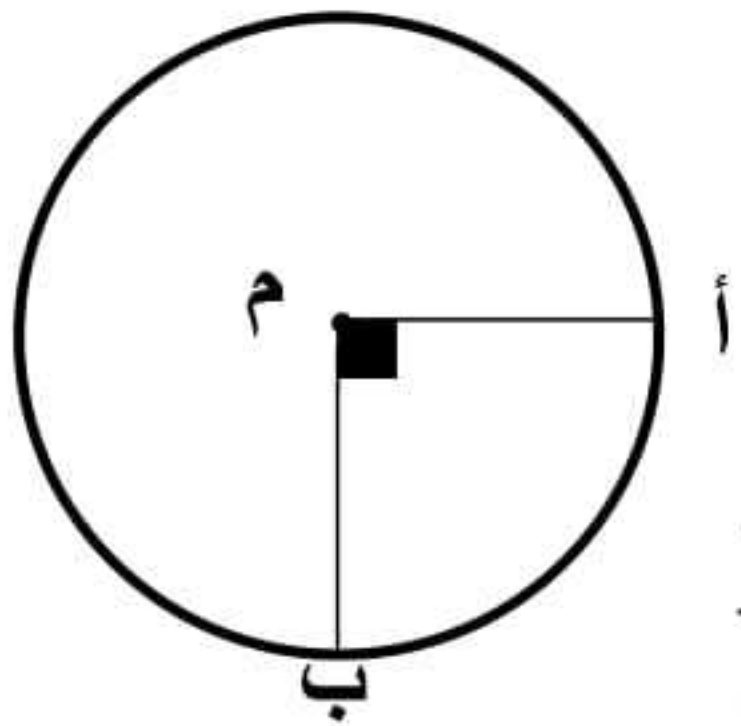
$$\therefore ج هـ = ج و = ٣ سم$$

$$\therefore أ ب = ٥ + ٤ = ٩ سم ، أ ج = ٣ + ٥ = ٨ سم$$

$$ب ج = ٣ + ٤ = ٧ سم$$

$$\therefore محيط \Delta أ ب ج = ٩ + ٨ + ٧ = ٢٤ سم$$

## ٢٨ في الشكل المقابل:



م دائرة ، ق (أ م ب) = 90°  
طول نصف قطرها = ٧ سم

$$أوجد طول أ ب حيث \pi = \frac{22}{7}$$

الحل

$$\therefore ق(أ ب) = 90^\circ$$

$$طول القوس = \frac{قياس القوس}{360} \times 2\pi \times ر$$

$$= \frac{90}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 11 سم$$

٢٩ أوجد قياس القوس الذي يمثل  $\frac{1}{3}$  الدائرة.

ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف  
قطر الدائرة ٧ سم.

الحل

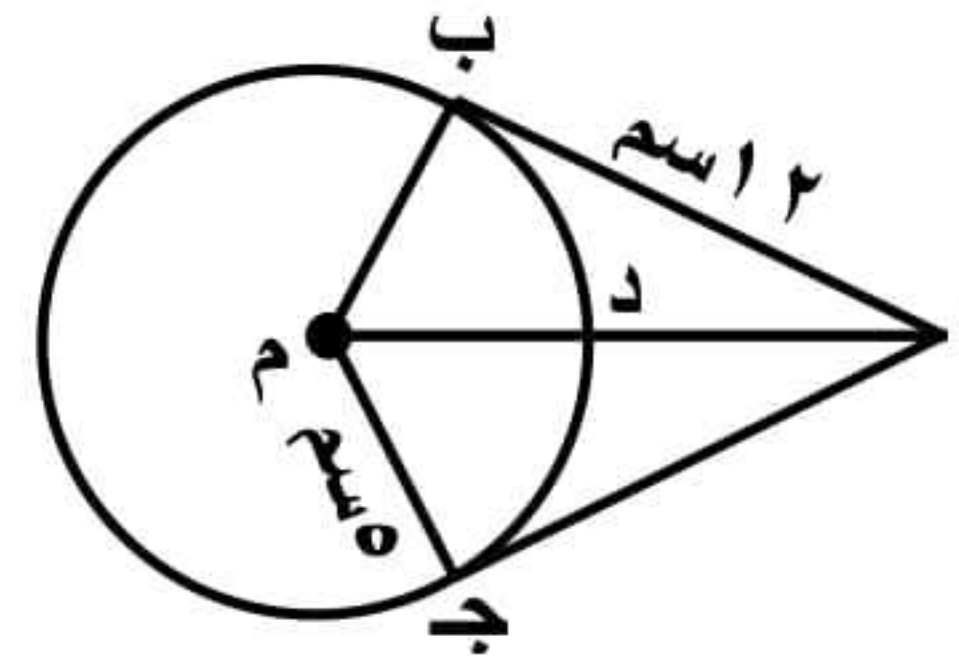
$$قياس القوس الذي يمثل  $\frac{1}{3}$  الدائرة =  $\frac{360}{3} = 120^\circ$$$

$$طول القوس = \frac{قياس القوس}{360} \times 2\pi \times ر$$

$$= \frac{120}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 14.6 سم$$



## ٣٠ في الشكل المقابل:



أ ج ، أ ب مماستان  
أ ب = ١٢ سم  
ج م = ٥ سم  
أوجد طول: أ ج ، أ د

## الحل

∴ أ ب = أ ج قطعتان مماستان

∴ أ ج = ١٢ سم المطلوب الأول

∴ أ ج مماس ، م ج نصف قطر

∴ م ج ⊥ أ ج ∴ Δ أ ج م قائم

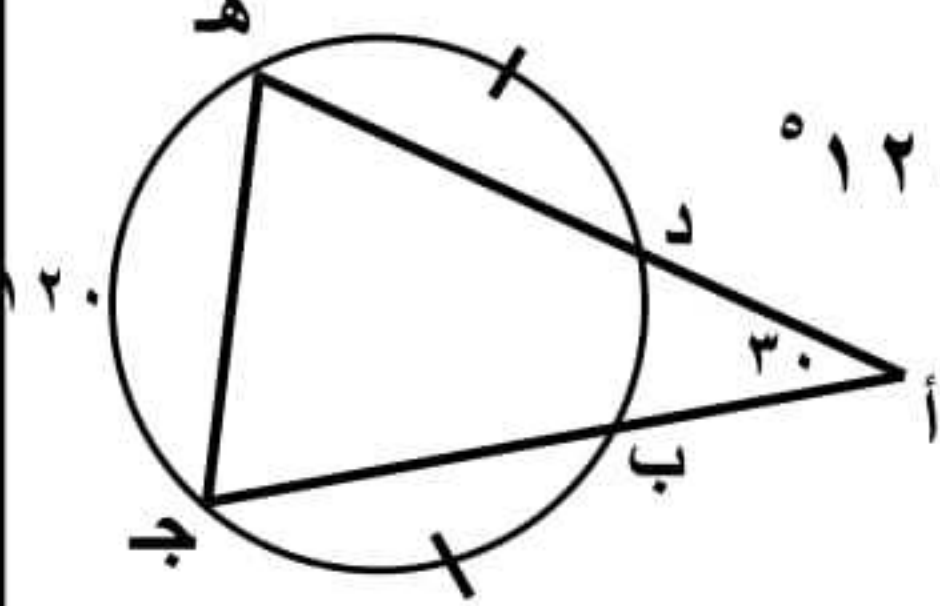
في Δ أ ج م من فيثاغورث:

∴ (أ م)² = ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩ ∴ أ م = ١٣ سم

∴ م د = م ج = ٥ سم (أنصاف أقطار)

∴ أ د = ١٣ - ٥ = ٨ سم المطلوب الثاني

## ٣٢ في الشكل المقابل:



ق (أ) = ٣٠° ، ق (هـ ج) = ١٢٠°  
ق (ب ج) = ق (د هـ)

١- أوجد: ق (ب د) الأصغر

٢- اثبت أن: أ ب = أ د

## الحل

من تمرين مشهور ٢:

ق (ب د) = ق (هـ ج) - ق (أ) = ١٢٠ - ٦٠ = ٦٠°

∴ ق (د هـ) = ق (ب ج) بإضافة ق (د ب) للطرفين

∴ ق (ب د هـ) = ق (د ب ج)

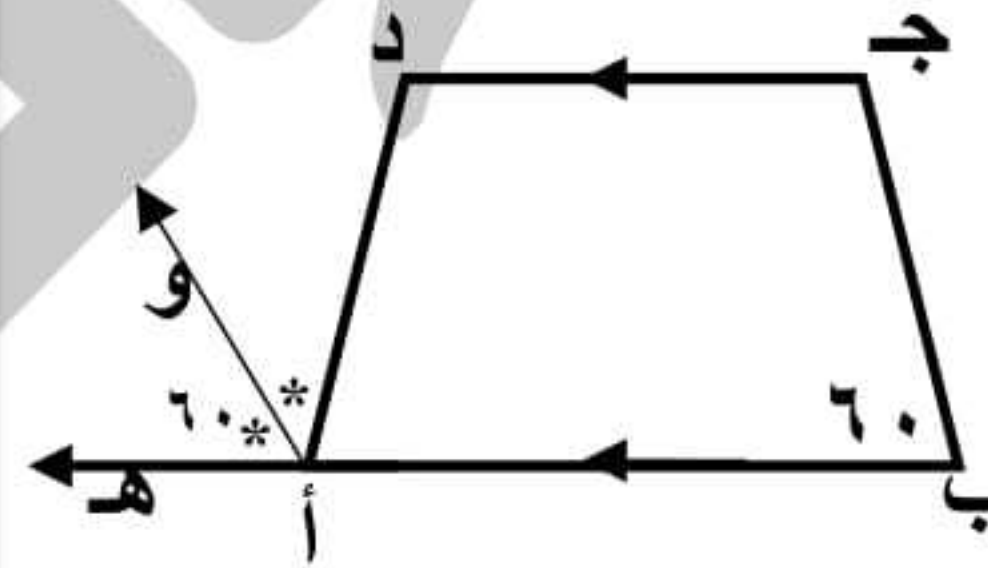
∴ ق (ج) المحيطية = ق (هـ) المحيطية

∴ أ ج = أ هـ (١)

∴ ق (ب ج) = ق (د هـ) ∴ ب ج = د هـ (٢)

بطرح ٢ من ١ ينتج أن: أ ب = أ د

## ٣١ في الشكل المقابل:



ج د // ب هـ  
أو ينصف د أ هـ  
ق (و أ هـ) = ٦٠°  
ق (ب) = ٦٠°

اثبت أن: الشكل أ ب ج د رباعي دائري

## الحل

∴ أ و ينصف د أ هـ

∴ ق (د أ هـ) = ١٢٠ = ٢ × ٦٠ (١)

∴ ج د // ب هـ

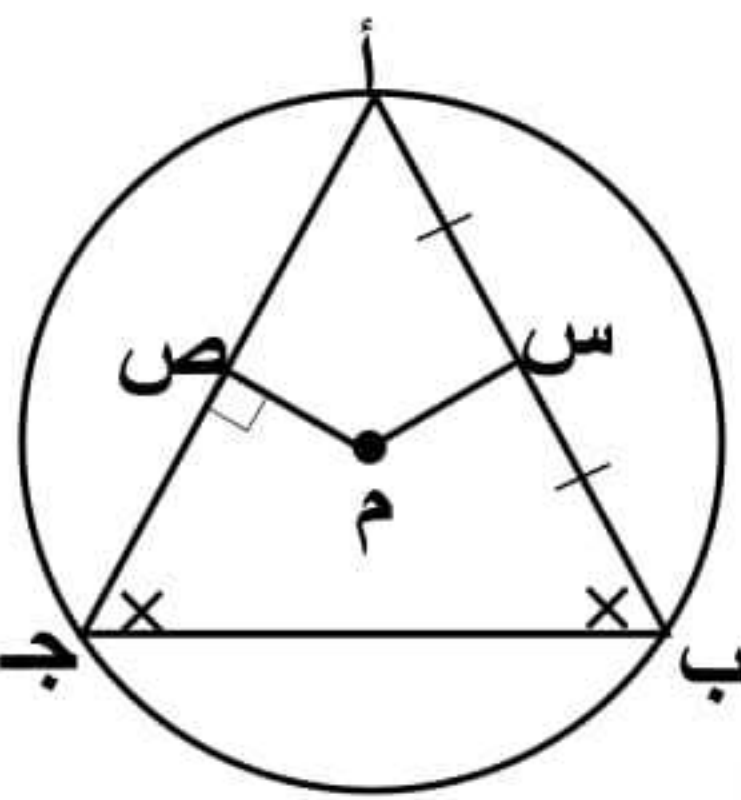
∴ ق (ج) = ١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠ بالتداخل (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن:

ق (د أ هـ) الخارجة = ق (ج) المقابلة للمجاورة

∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري

## ٣٣ في الشكل المقابل:



أ ب ج Δ مرسوم داخل دائرة م  
ق (ب) = ق (ج)  
س منتصف أ ب ، م ص ⊥ أ ج  
اثبت أن: م س = م ص

## الحل

∴ س منتصف أ ب

∴ م س ⊥ أ ب

في Δ أ ب ج:

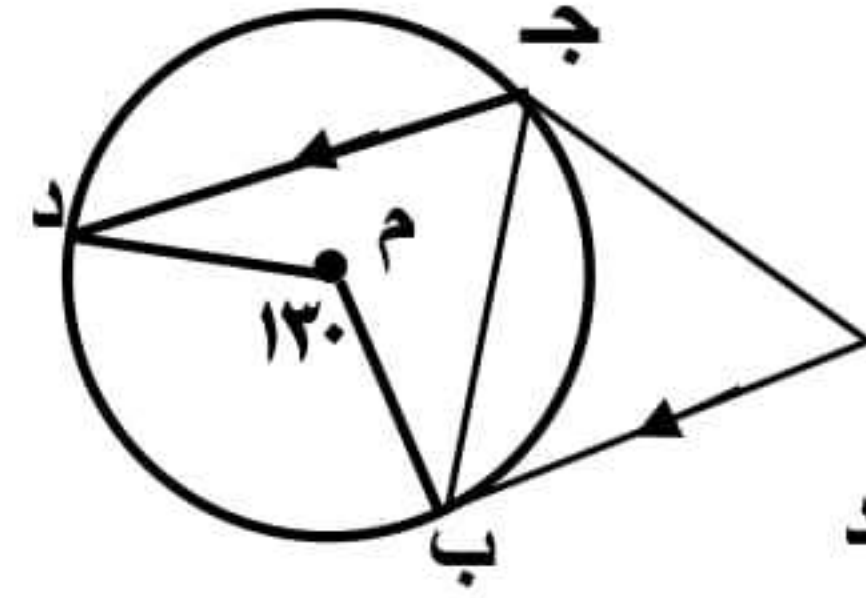
∴ ق (ب) = ق (ج)

∴ أ ب = أ ج أوتار متساوية

∴ م س = م ص (أبعاد متساوية)



## ٣٤ في الشكل المقابل:



أ ب ، أ ج قطعتان مماستان  
أ ب // ج د ،

ق (ب م د) = 130°

١- اثبت أن : ج ب ينصف أ ج د

٢- أوجد ق (أ)

الحل

∴ ق (ب ج د) المحيطية =  $\frac{1}{2}$  ق (م) المركزية

∴ ق (ب ج د) = 65°

∴ أ ب // ج د

∴ ق (أ ب ج) = ق (ب ج د) = 65° بالتبادل (١)

∴ أ ب = ب ج (قطعتان مماستان)

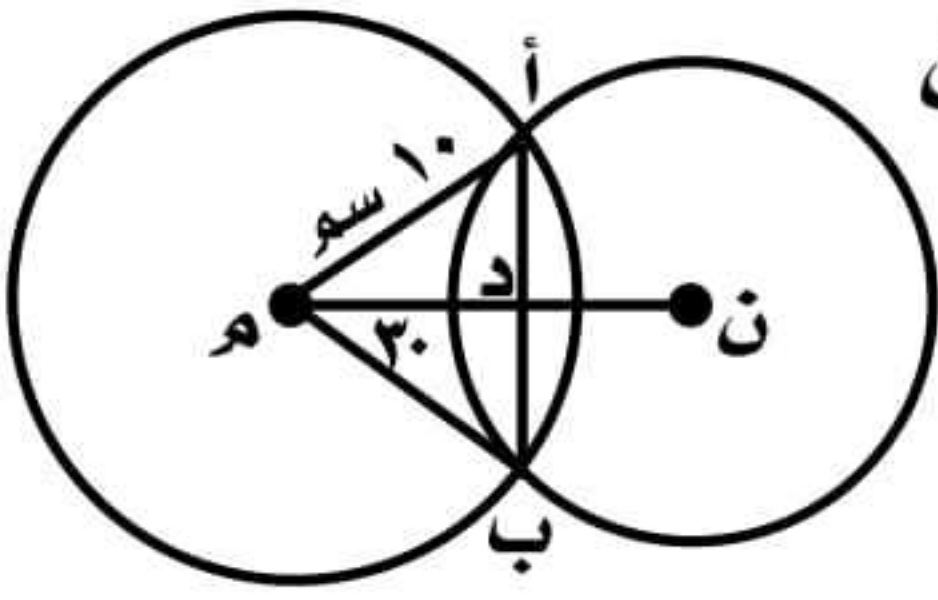
∴ ق (أ ب ج) = ق (أ ج ب) = 65° (٢)

من ١، ٢ ينتج أن: ق (ب ج د) = ق (أ ج ب)

∴ ج ب ينصف أ ج د **المطلوب الأول**

ق (أ) = 180° - (65° + 65°) = 50°

## ٣٦ في الشكل المقابل:



م ، ن دائرتان متقاطعتان

م أ = 10 سم

ق (ب م ن) = 30°

أوجد طول أ ب

الحل

∴ م أ = م ب أنصاف أقطار

∴ م ب = 10 سم

∴ م ن خط مركزي ، أ ب وتر مشترك

∴ أ ب ⊥ م ن ∴ Δ م د ب قائم في د

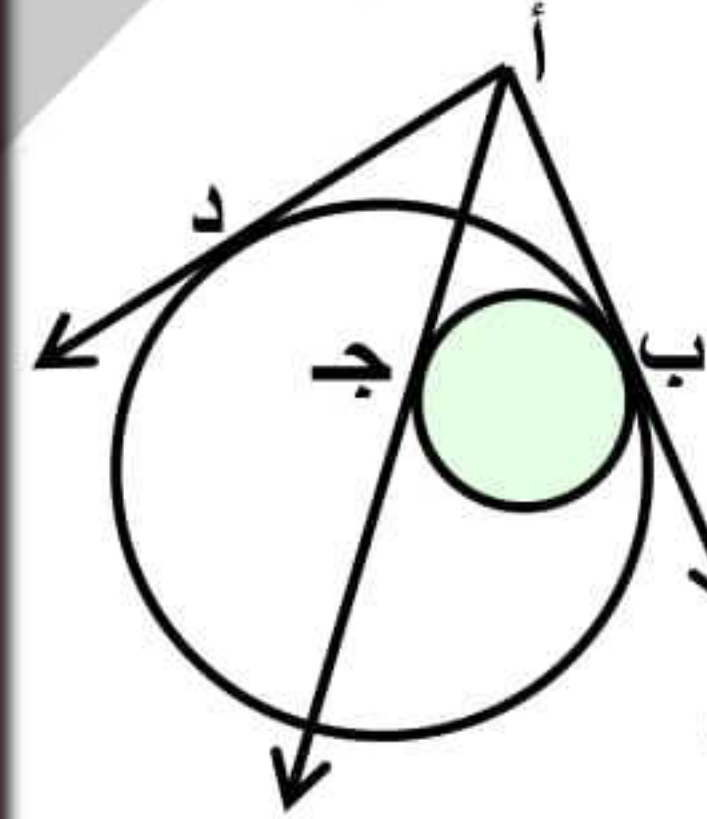
في Δ م د ب:

د ب =  $\frac{1}{2}$  م ب = 5 سم (ضلع مقابل للزاوية 30°)

∴ خط المركزين م ن ينصف الوتر المشترك أ ب

∴ أ ب = 2 × 5 = 10 سم

## ٣٥ في الشكل المقابل:



دائرتان متماستان من الداخل في ب

أ ب مماس مشترك للدائرتين

أ ج مماس للصغرى ، أ د مماس للكبرى

أ ج = 15 سم ، أ ب = (3 - 2) سم

أ د = (2 - 3) سم أوجد قيمة س ، ص

الحل

∴ أ ب = أ ج **قطعتان مماستان للدائرة الصغرى**

∴ أ ب = 15

∴ 15 = 3 - 2 س ∴ 2 س = 18

∴ س = 9

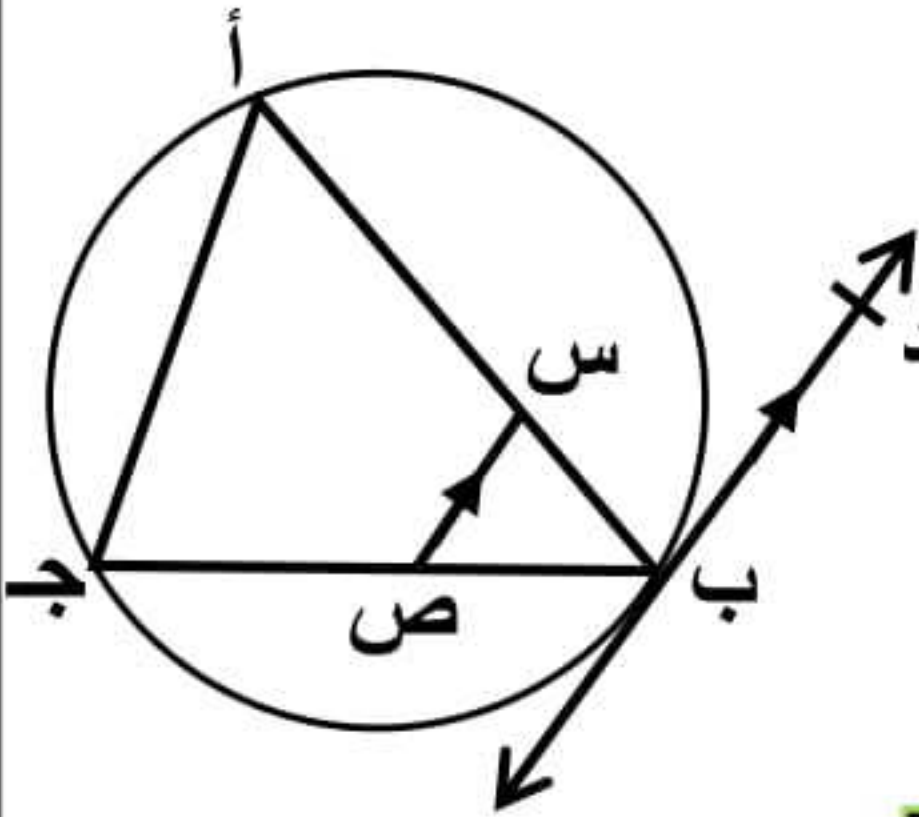
∴ أ ب = أ د **قطعتان مماستان للدائرة الكبرى**

∴ 15 = 2 - ص

∴ أ د = 15

∴ ص = 17

## ٣٧ في الشكل المقابل:



أ ب ج Δ مرسوم داخل دائرة

س ص // ب د

اثبت أن :

أ س ص ج رباعي دائري

الحل

∴ س ص // ب د

∴ ق (أ ب د) = ق (ص س ب) بالتبادل (١)

∴ ق (أ ب د) المماسية = ق (ج د) المحيطية (١)

من ١، ٢ ينتج أن :

ق (ص س ب) = ق (ج د)

أي أن : قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة

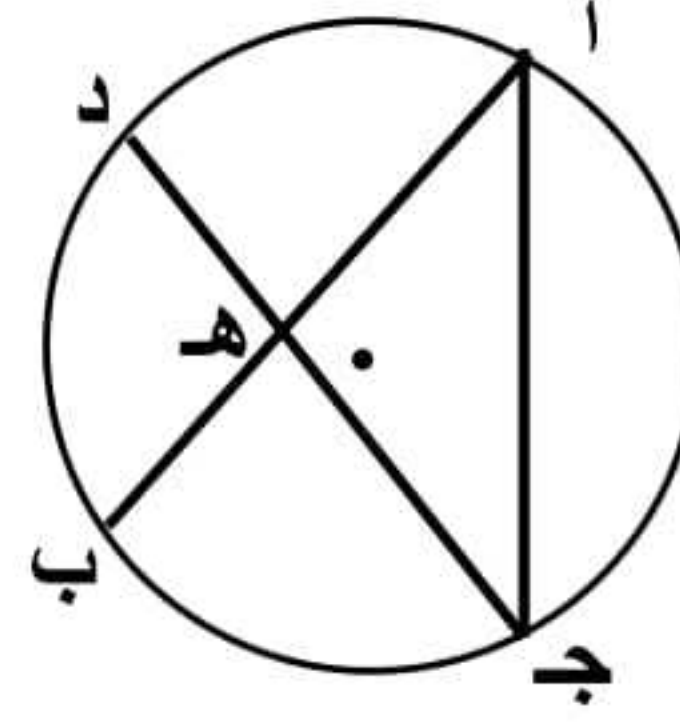
∴ الشكل أ س ص ج رباعي دائري







## ٤٢ في الشكل المقابل:



أب ، جـ د وتران متساويان  
في الطول  
اثبت أن :  
 $\Delta$  أ جـ هـ متساوي الساقين

الحل

$$\therefore \text{أب} = \text{جـ د}$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أب}}) = \text{ق}(\widehat{\text{جـ د}})$$

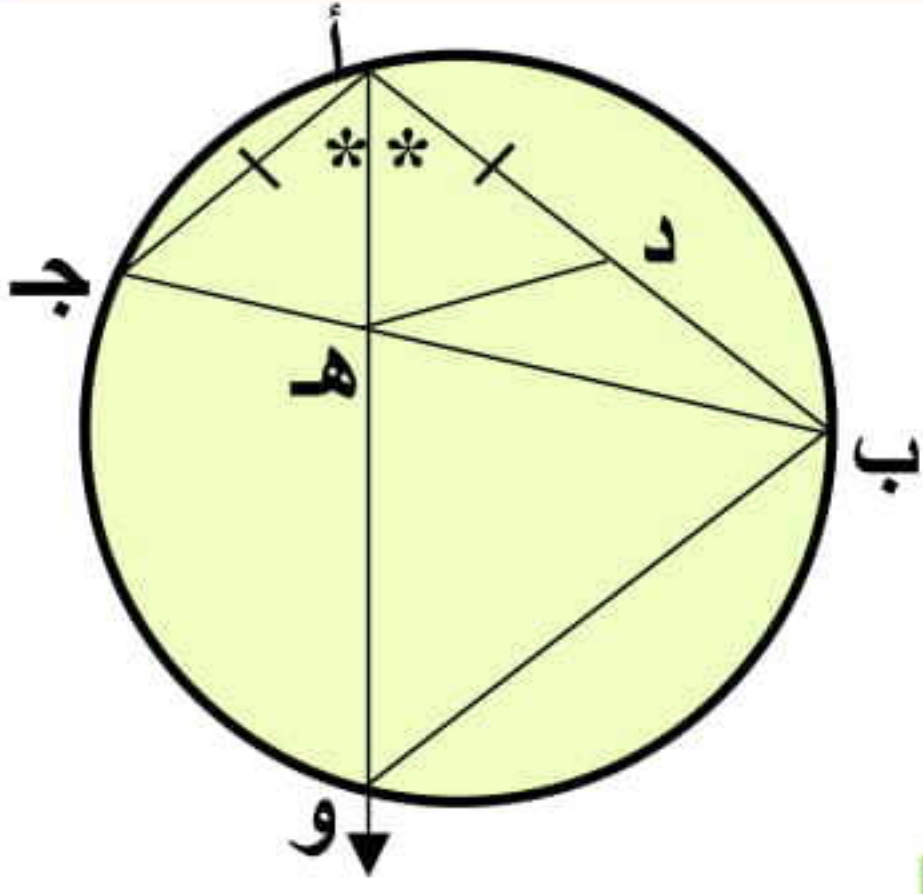
بطرح ق (د ب) من الطرفين

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ د}}) = \text{ق}(\widehat{\text{ب ج}})$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ج}}) = \text{ق}(\widehat{\text{أ}})$$

$\therefore \Delta$  أ جـ هـ متساوي الساقين

## ٤٤ في الشكل المقابل:



أ د = أ جـ ،  
أو ينصف ب أ جـ  
اثبت أن :  
د ب هـ و رباعي دائري

الحل

$$\Delta \text{ أ د هـ} ، \Delta \text{ أ جـ هـ} \text{ فيهما:}$$

$$\bullet \text{ ق}(\widehat{\text{د أ هـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{جـ أ هـ}})$$

$$\bullet \text{ أ د} = \text{أ جـ}$$

$$\bullet \text{ أ هـ ضلع مشترك}$$

$$\therefore \Delta \text{ أ د هـ} \equiv \Delta \text{ أ جـ هـ}$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ جـ هـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{أ د هـ}}) \quad \text{--- (١)}$$

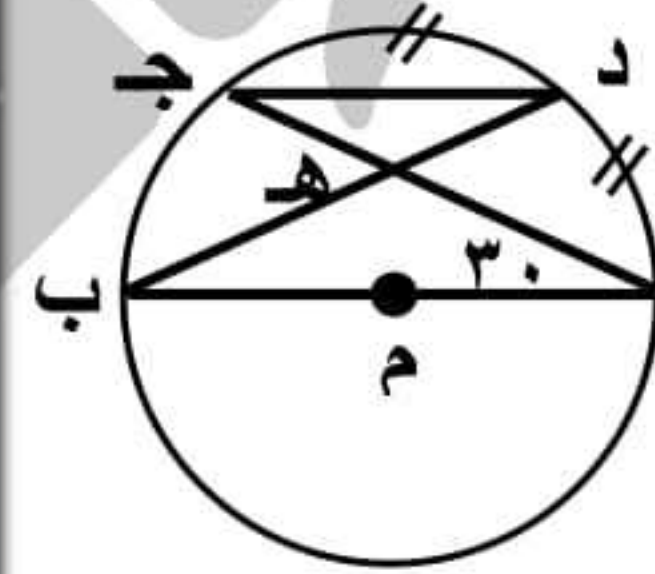
$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ جـ هـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{أ و ب}}) \quad \text{--- (٢)}$$

(لأنهما محيطيتان مشتركتان في القوس أ ب)

$$\text{من ١ ، ٢ ينتج أن: } \text{ق}(\widehat{\text{أ د هـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{أ و ب}})$$

$\therefore$  الشكل د ب و هـ رباعي دائري

## ٤٣ في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م  
ق (جـ أ ب) =  $30^\circ$  ، د منتصف أ جـ  
١- أوجد ق (ب د جـ) ، ق (أ د)  
٢- اثبت أن : أ ب // جـ د

الحل

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ب د جـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{جـ أ ب}})$$

محيطيتان مشتركتان في جـ ب

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ب د جـ}}) = 30^\circ \quad \text{أو } 30^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{جـ ب}}) = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ د جـ}}) + \text{ق}(\widehat{\text{جـ ب}}) = 180^\circ$$

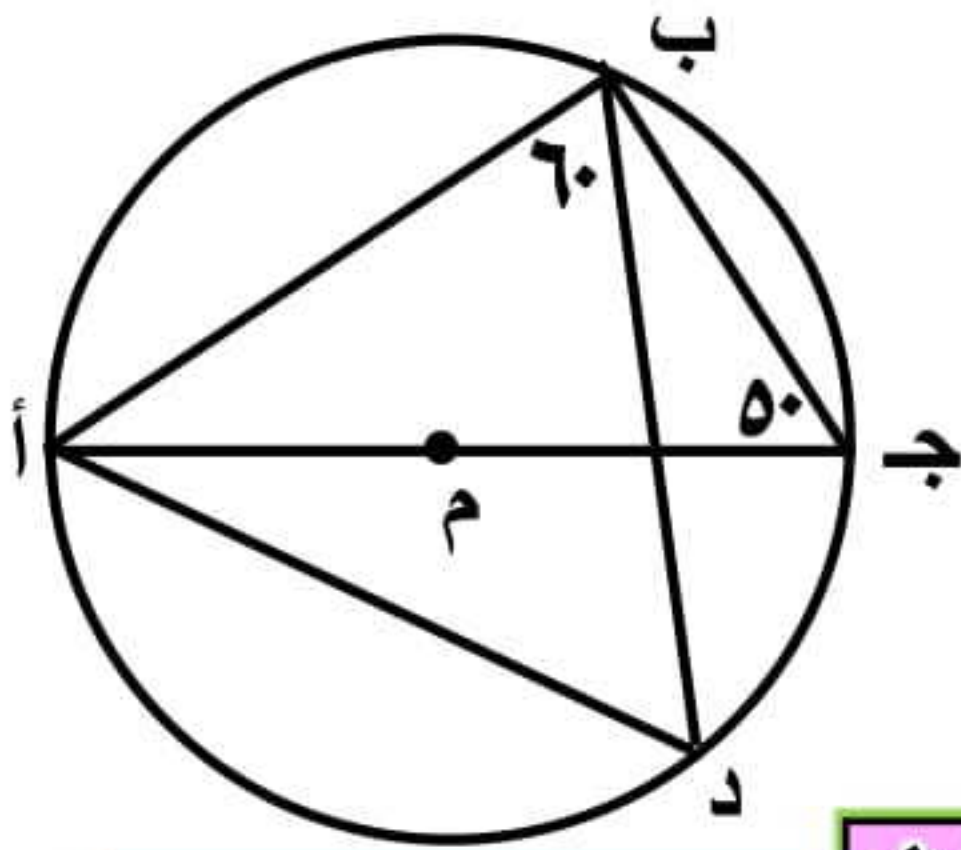
$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ د جـ}}) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ د}}) = \text{ق}(\widehat{\text{د جـ}}) \quad \therefore \text{ق}(\widehat{\text{أ د}}) = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{د ب أ}}) \text{ المحيطية} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ب د جـ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{د ب أ}}) \quad \text{وهما متبادلتان} \therefore \text{أ ب} // \text{جـ د}$$

## ٤٥ في الشكل المقابل:



الحل

أ جـ قطر في الدائرة م

$$\text{ق}(\widehat{\text{جـ}}) = 50^\circ$$

$$\text{ق}(\widehat{\text{أ ب د}}) = 60^\circ$$

أوجد: ١) ق (جـ ب د)

٢) ق (ب أ د)

$\therefore$  أ جـ قطر ، جـ ب أ محيطية مرسومة في نصف دائرة

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{جـ ب أ}}) = 90^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{جـ ب د}}) = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ب جـ أ}}) = \text{ق}(\widehat{\text{ب د أ}})$$

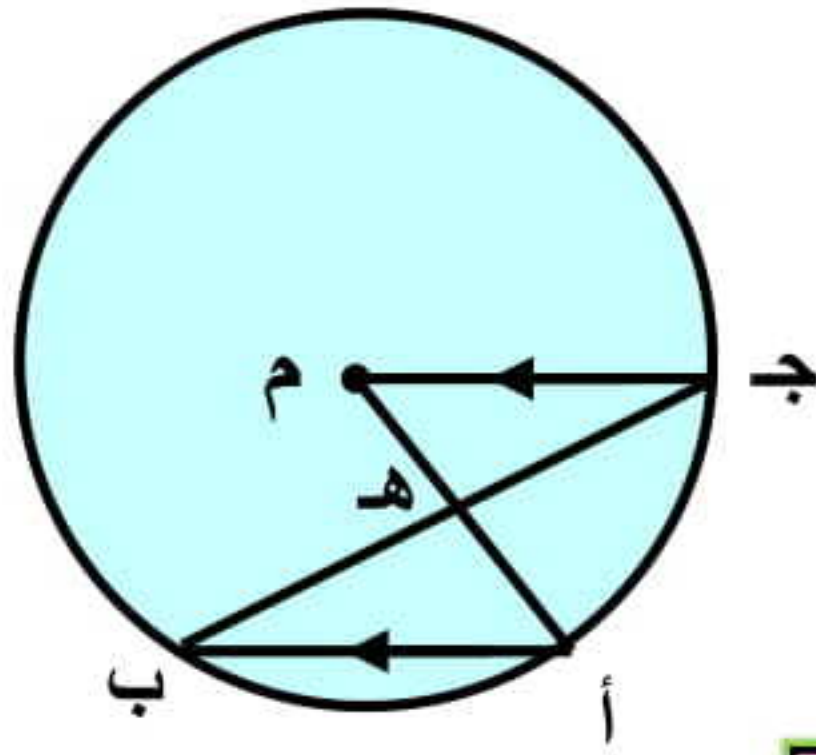
محيطيتان مشتركتان في ب أ

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ب د أ}}) = 50^\circ$$

في  $\Delta$  ب د أ

$$\therefore \text{ق}(\widehat{\text{ب أ د}}) = 180^\circ - (50^\circ + 60^\circ) = 70^\circ$$





٤٩ في الشكل المقابل:

أ ب وتر في الدائرة م

ج م // أ ب

اثبت أن : ب ه &lt; أ ه

الحل

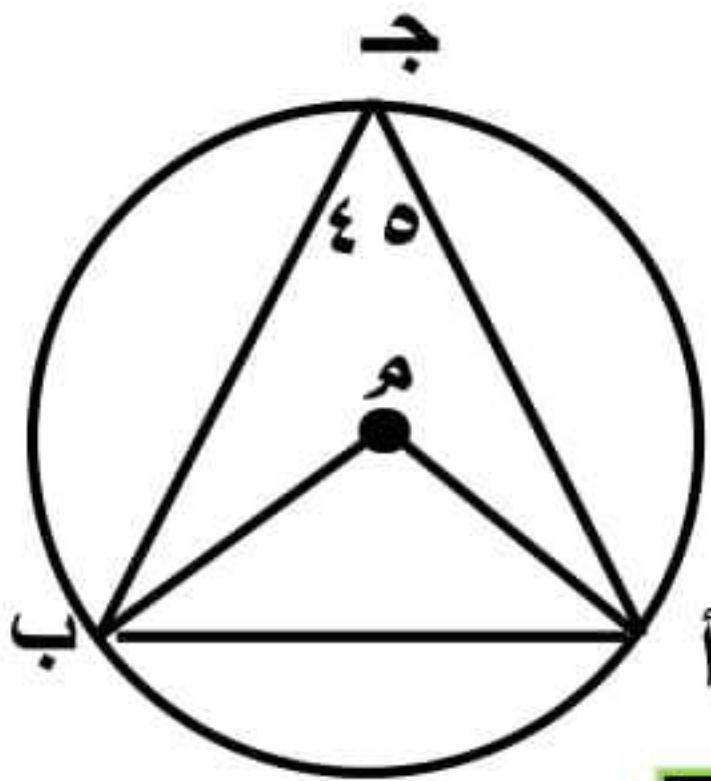
$$\angle ق (م) = \angle ق (ب)$$

مركزية ومحيطية مشتركتان في أ ج

$$\angle ق (م) = \angle ق (أ) \text{ بالتبادل}$$

$$\angle ق (أ) = \angle ق (ب) \text{ في } \triangle أ ه ب$$

$$\angle ق (أ) < \angle ق (ب) \therefore ب ه < أ ه$$



٥٠ في الشكل المقابل:

$$\angle ق (ج) = ٤٥^\circ$$

أوجد ق (م أ ب)

الحل

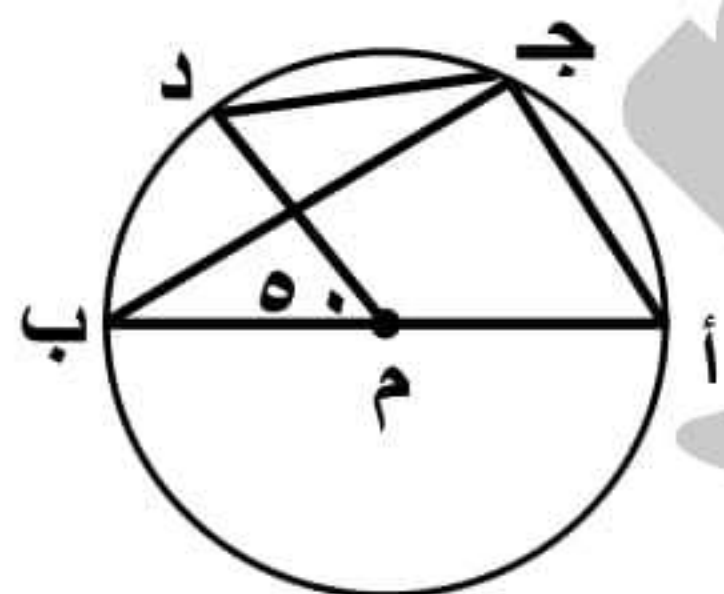
$$\angle ق (أ م ب) \text{ المركزية} = \angle ق (ج) \text{ المحيطية}$$

لأنهما مشتركتان في القوس أ ب

$$\angle ق (أ م ب) = ٩٠^\circ$$

$$\text{في } \triangle م أ ب : \angle م أ ب = \angle م ب أ = \angle ق$$

$$\angle ق (م أ ب) = \angle ق (م ب أ) = \frac{٩٠ - ١٨٠}{٢} = ٤٥^\circ$$



٥١ في الشكل المقابل:

أ ب قطر في الدائرة م

$$\angle ق (د م ب) = ٥٠^\circ$$

أوجد ق (أ ج د)

الحل

أ ب قطر ، أ ج ب محيطية مرسومة في نصف دائرة

$$\angle ق (أ ج ب) = ٩٠^\circ \leftarrow ١$$

$$\angle ق (د ج ب) \text{ المحيطية} = \frac{١}{٢} \angle ق (د م ب) \text{ المركزية}$$

$$\angle ق (د ج ب) = ٢٥^\circ \leftarrow ٢$$

$$\text{بجمع ١، ٢ ينتج أن: } \angle ق (أ ج د) = ٩٠ + ٢٥ = ١١٥^\circ$$

٤٦ أ ب ، أ ج وتران متساويان في الطول في الدائرة م

س ، ص منتصفا أ ب ، أ ج على الترتيب

$$\angle ق (م س ص) = ٣٠^\circ$$

اثبت أن : ١ - م س ص متساوي الساقين

٢ - أ س ص متساوي الأضلاع

الحل



$$\therefore \text{س منتصف أ ب} \therefore م س \perp أ ب$$

$$\therefore \text{ص منتصف أ ج} \therefore م ص \perp أ ج$$

$$\therefore أ ب = أ ج \text{ (أوتار متساوية)}$$

$$\therefore م س = م ص \text{ (أبعاد متساوية)}$$

 $\therefore \triangle م س ص$  متساوي الساقين

$$\angle ق (م س ص) = ٣٠^\circ , \angle ق (م س أ) = ٩٠^\circ$$

$$\therefore \angle ق (أ س ص) = ٩٠ - ٣٠ = ٦٠^\circ$$

$$\angle ق (أ ص س) = ٦٠^\circ \therefore \angle ق (أ) = ٦٠^\circ$$

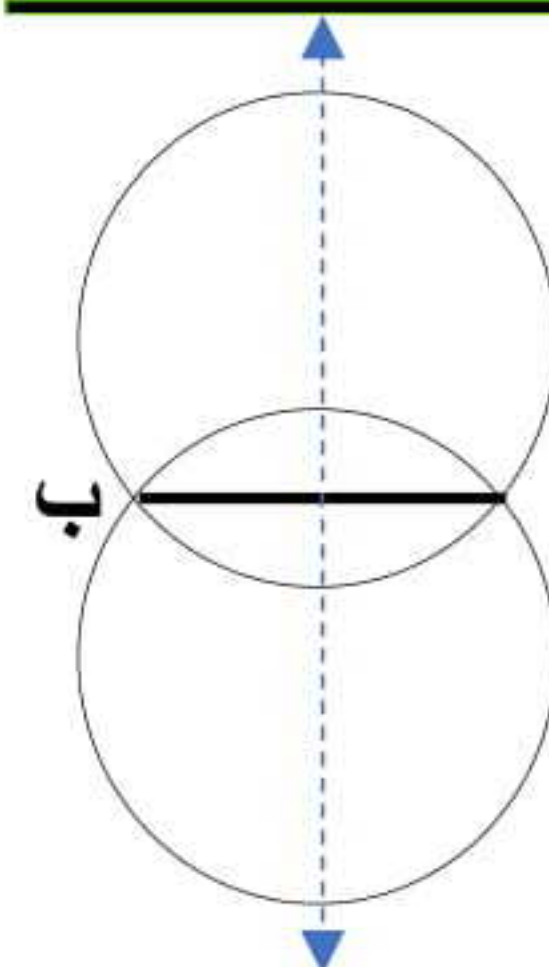
 $\therefore \triangle أ س ص$  متساوي الأضلاع

٤٧ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم أ ب = ٦ سم

ثم ارسم دائرة قطرها ١٠ سم تمر بالنقطتين أ ، ب

وكم دائرة يمكن رسمها

الحل



$$\text{نق} = ٥ \text{ سم}$$

$$\frac{١}{٢} أ ب = ٣ \text{ سم}$$

$$\therefore \text{نق} < \frac{١}{٢} أ ب$$

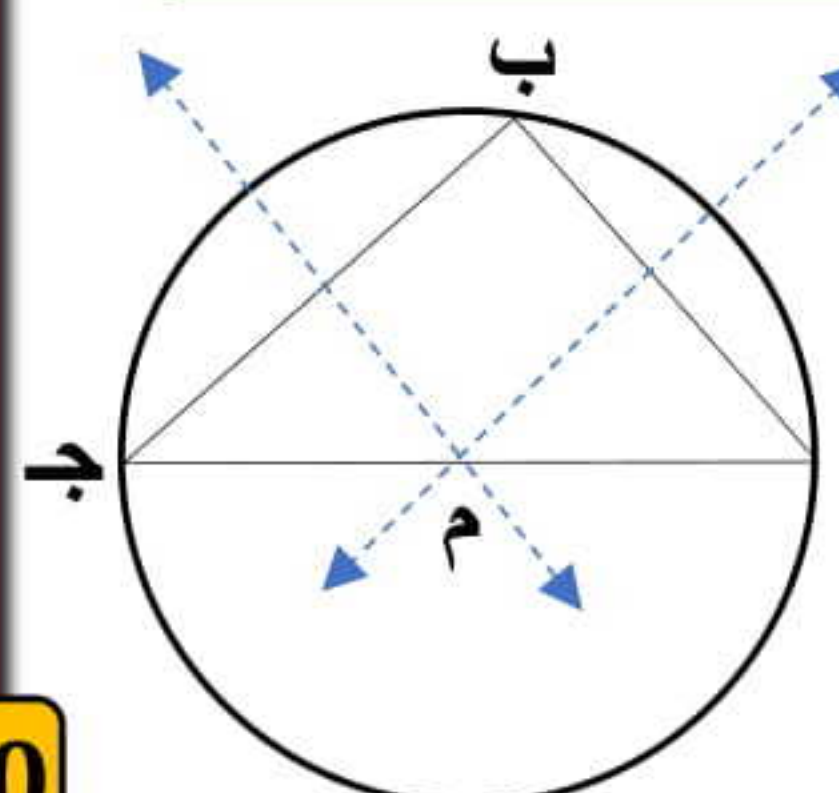
 $\therefore$  عدد الحلول دائرتان

٤٨ باستخدام الأدوات ارسم المثلث أ ب ج القائم حيث

أ ب = ٣ سم ، ب ج = ٤ سم ثم ارسم دائرة تمر

برؤوس المثلث ثم أوجد طول نصف قطرها

الحل



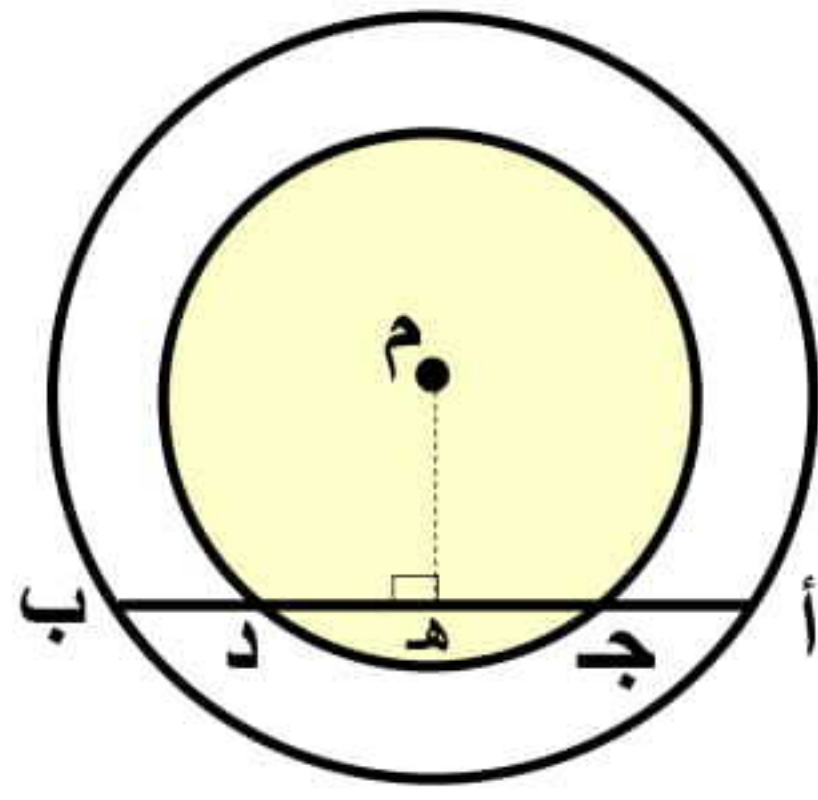
من فيثاغورث

$$أ ج = ٥ \text{ سم}$$

 $\therefore$  المركز م ينصف وتر المثلث

$$\therefore \text{نق} = ٢,٥ \text{ سم}$$





٥٥ في الشكل المقابل:

دائرتان متحدتا المركز م  
أ ب وتر في الدائرة الكبرى  
يقطع الصغرى في ج د ،  
اثبت أن : أ ج = ب د

الحل

العمل : نرسم م ه  $\perp$  أ ب

في الدائرة الكبرى:

 $\therefore$  م ه  $\perp$  أ ب  $\therefore$  ه منتصف أ ب

 $\therefore$  أ ه = ه ب  $\leftarrow$  ١

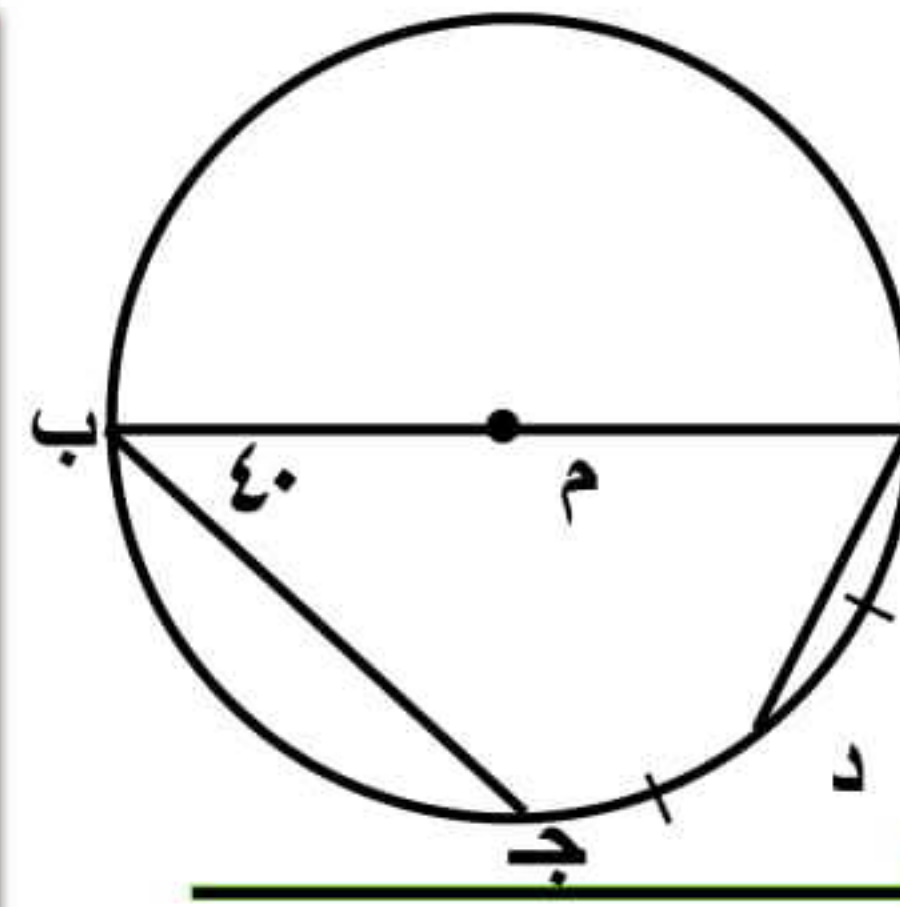
في الدائرة الصغرى:

 $\therefore$  م ه  $\perp$  ج د  $\therefore$  ه منتصف ج د

 $\therefore$  ج ه = ه د  $\leftarrow$  ٢

ب طرح ١ ، ٢ ينتج أن:

أ ج = ب د



٥٦ في الشكل المقابل:

أ ب قطر في الدائرة م

ق (أ ب ج) = ٤٠°

ق (أ د) = ق (د ج)

أوجد ق (د أ ب)

الحل

 $\therefore$  ق (أ د ج) = ٢ ق (ب) المحيطية

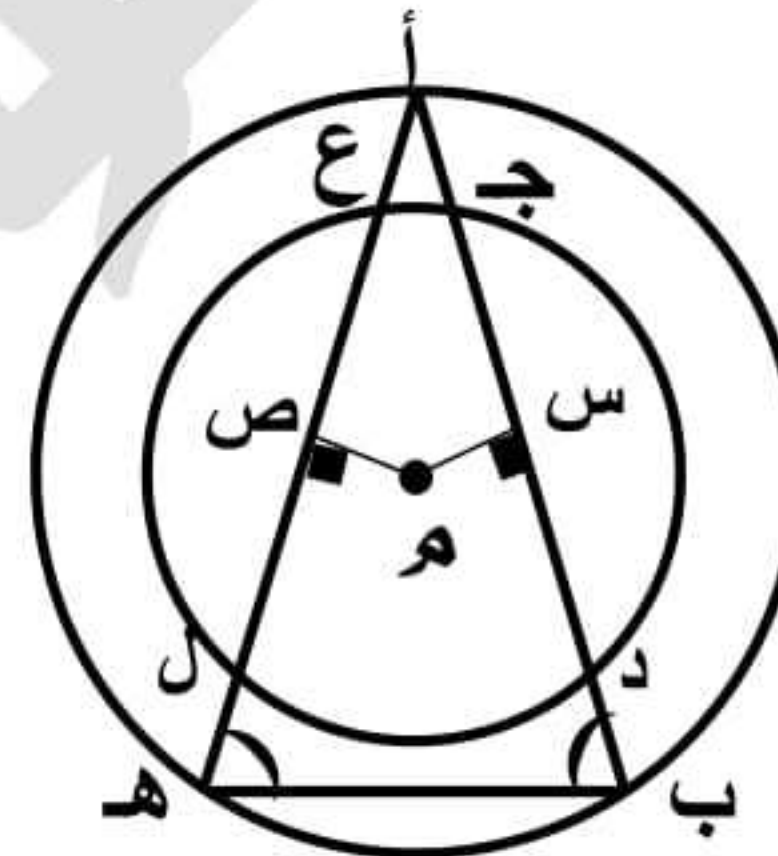
 $\therefore$  ق (أ د ج) = ٢ × ٤٠ = ٨٠°

 $\therefore$  ق (أ د) = ق (د ج) = ٨٠ ÷ ٢ = ٤٠°

 $\therefore$  أ ب قطر  $\therefore$  ق (أ ج ب) = ١٨٠°

 $\therefore$  ق (ب ج د) = ١٨٠ - ٨٠ = ١٠٠°

 $\therefore$  ق (د ج ب) = ١٠٠ + ٤٠ = ١٤٠°

 $\therefore$  ق (د أ ب) المحيطية =  $\frac{1}{2}$  ق (د ج ب) = ٧٠°


٥٧ في الشكل المقابل:

دائرتان متحدتا المركز م

ق (ب) = ق (ه)

اثبت أن : ج د = ع ل

الحل

 $\therefore$  ق (ب) = ق (ه)  $\therefore$  أ ب = أ ه

في الدائرة الكبرى:

 $\therefore$  أ ب = أ ه أوتار متساوية ، م س = م س  $\therefore$  م س  $\perp$  أ ب ، م ص  $\perp$  أ ه

 $\therefore$  م س = م ص أبعاد متساوية

في الدائرة الصغرى:

 $\therefore$  م س = م ص أبعاد متساوية

 $\therefore$  ج د = ع ل أوتار متساوية

٥٨ اذكر ثلاث حالات يكون فيها الشكل الرباعي دائرياً

الحل

(١) إذا وجد زاويتان متقابلتان متكاملتان

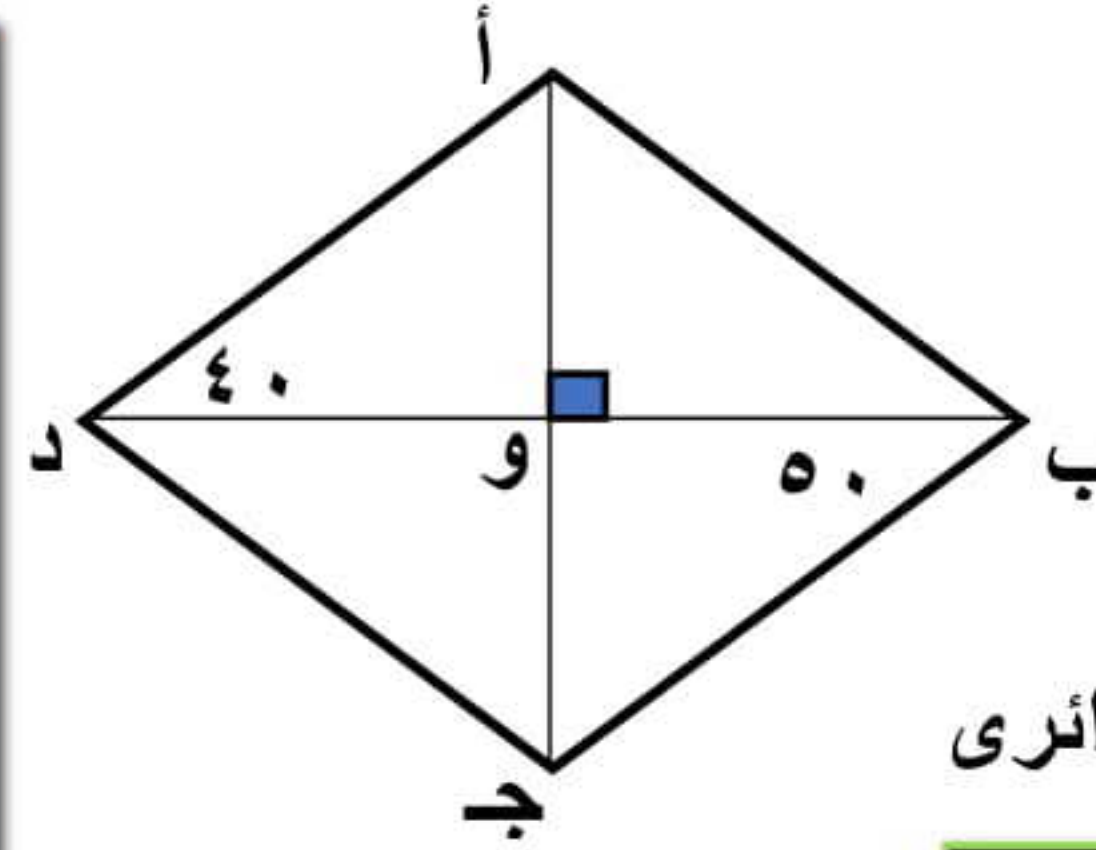
(٢) إذا وجد زاوية خارجة قياسها = المقابلة للمجاورة

(٣) إذا وجد زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة

واحدة منها ومتساويتان



## ٥٧ في الشكل المقابل:



أ ب ج د شكل رباعي  
أ ج  $\perp$  ب د  
برهن أن:

الشكل أ ب ج د رباعي دائري

## الحل

في  $\Delta$  ب و ج القائم الزاوية في و:

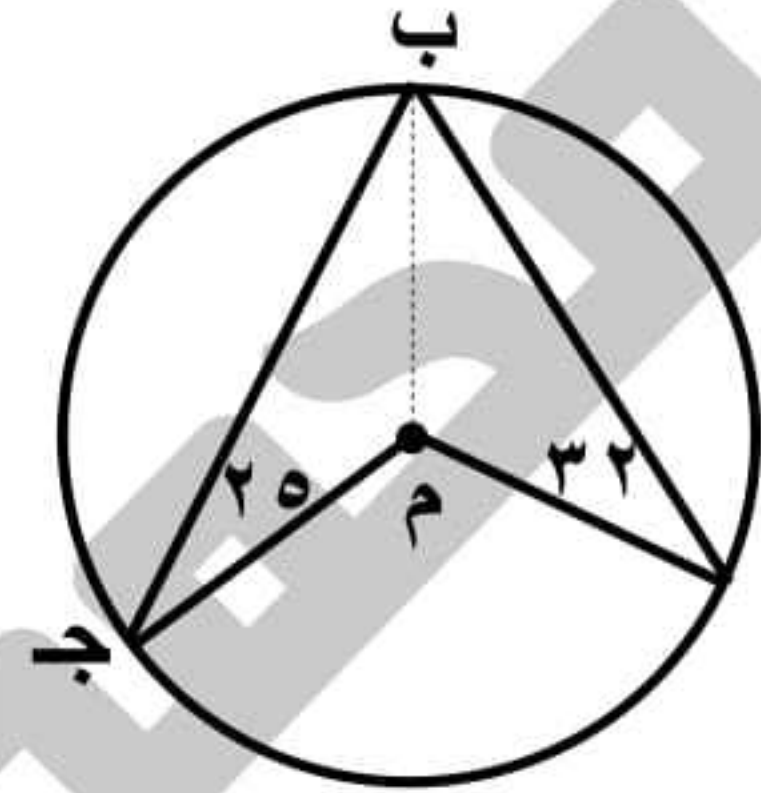
$$\angle \text{ق (ب ج و)} = 180 - (50 + 90) = 40^\circ$$

$$\angle \text{ق (أ د ب)} = \angle \text{ق (ب ج أ)} = 40^\circ$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة أ ب

$\therefore$  الشكل أ ب ج د رباعي دائري

## ٥٨ في الشكل المقابل:



$$\angle \text{ق (أ)} = 32^\circ$$

$$\angle \text{ق (ج)} = 25^\circ$$

أوجد: ق (أ م ج)

## الحل

العمل: نرسم ب م

$$\because \text{أ م} = \text{ب م} \quad \text{أنصاف أقطار}$$

$$\angle \text{ق (أ ب م)} = \angle \text{ق (ب أ م)} = 32^\circ$$

$$\because \text{م ج} = \text{م ب} \quad \text{أنصاف أقطار}$$

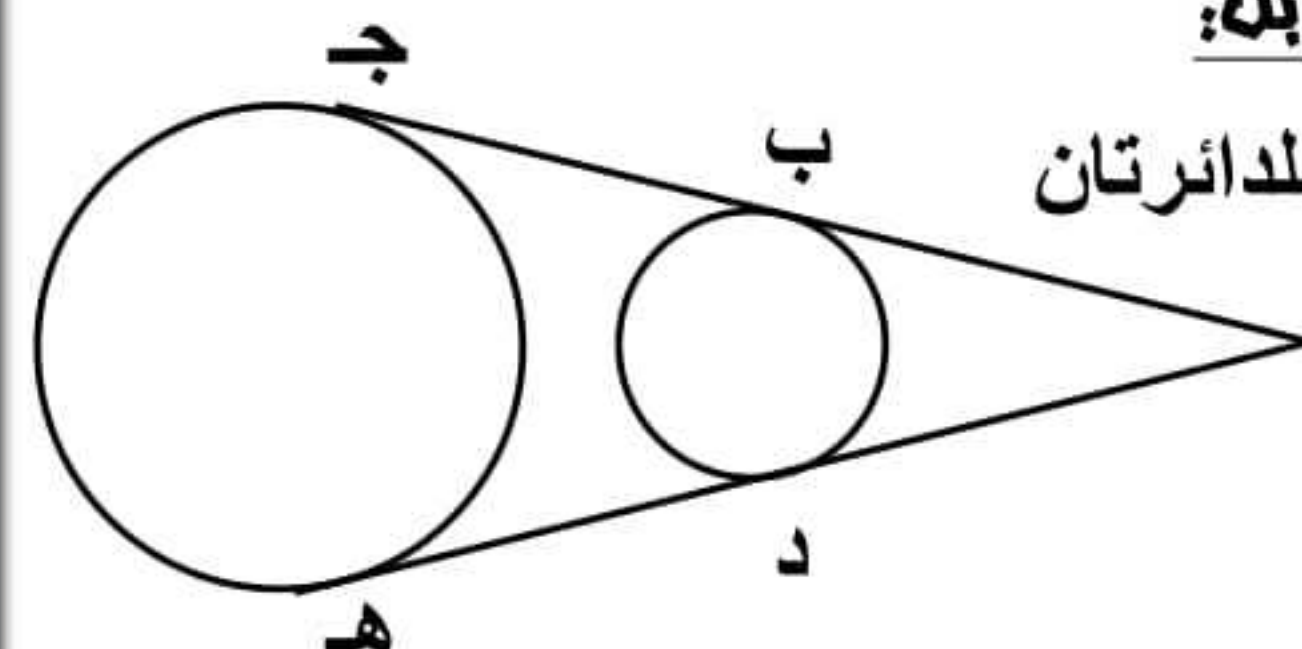
$$\angle \text{ق (ج ب م)} = \angle \text{ق (ب ج م)} = 25^\circ$$

$$\angle \text{ق (أ ب ج)} = 32 + 25 = 57^\circ$$

$$\angle \text{ق (أ م ج) المركزي} = 2 \times \angle \text{ق (أ ب ج) المحيطية}$$

$$\angle \text{ق (أ م ج)} = 2 \times 57 = 114^\circ$$

## ٥٩ في الشكل المقابل:



أ ج ، أ ه مماسان للدائرتان

اثبت أن:

$$\text{ب ج} = \text{د ه}$$

## الحل

في الدائرة الصغرى:

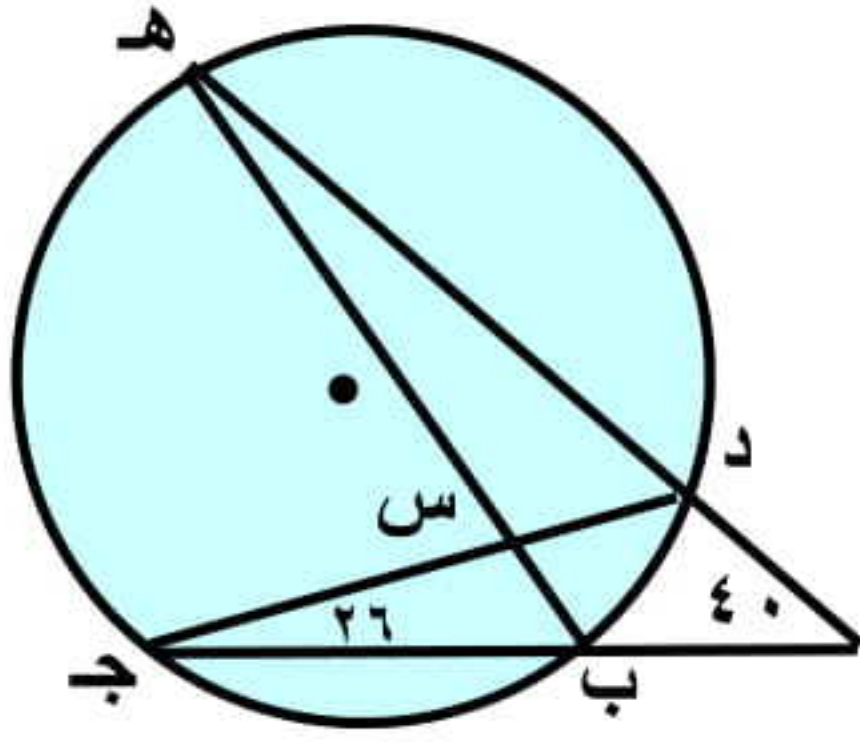
$$\because \text{أ ب} ، \text{أ د مماستان} \quad \therefore \text{أ ب} = \text{أ د} \quad ١$$

في الدائرة الكبرى:

$$\because \text{أ ج} ، \text{أ ه مماستان} \quad \therefore \text{أ ج} = \text{أ ه} \quad ٢$$

بطرح ١، ٢ ينتج أن: ب ج = د ه

## ٦٠ في الشكل المقابل:



$$\angle \text{ق (أ)} = 40^\circ$$

$$\angle \text{ق (ب ج د)} = 26^\circ$$

أوجد: ١) ق (ج ه)

٢) ق (ه س ج)

## الحل

$$\angle \text{ق (د ب)} = 2 \times \angle \text{ق (ج ه) المحيطية}$$

$$\angle \text{ق (د ب)} = 2 \times 26 = 52^\circ$$

من تمرين مشهور:

$$\angle \text{ق (ج ه)} = 2 \times \angle \text{ق (أ)} + \angle \text{ق (د ب)}$$

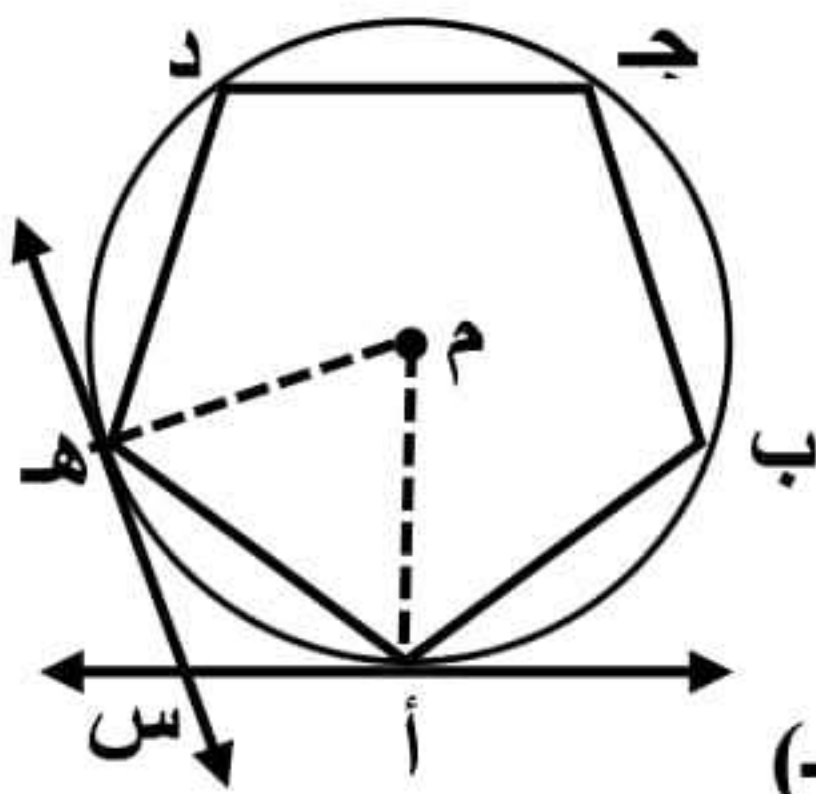
$$\text{المطلوب الأول} \quad 132 = 52 + 40 \times 2 =$$

من تمرين مشهور:

$$\angle \text{ق (ه س ج)} = \frac{1}{2} [\angle \text{ق (د ب)} + \angle \text{ق (ج ه)}]$$

$$= \frac{1}{2} (132 + 52) = 92^\circ$$

## ٦١ في الشكل المقابل:



أ ب ج د ه خماسي منتظم مرسوم

داخل الدائرة م

أ س مماس للدائرة عند أ

ه س مماس للدائرة عند ه

أوجد: ١- ق (أ ه) ٢- ق (أ س ه)

## الحل

العمل: نرسم م أ ، م ه

$\therefore$  أ ب ج د ه خماسي منتظم

$$\therefore \text{أ ب} = \text{ب ج} = \text{ج د} = \text{د ه} = \text{أ ه}$$

$$\angle \text{ق (أ ب)} = \angle \text{ق (ب ج)} = \angle \text{ق (ج د)} = \angle \text{ق (د ه)} = \angle \text{ق (أ ه)}$$

$$\because \text{قياس الدائرة} = 360^\circ \quad \therefore \angle \text{ق (أ ه)} = \frac{360}{5} = 72^\circ \quad \text{أولا}$$

$$\angle \text{ق (أ ه)} = 72^\circ \quad \angle \text{ق (أ م ه)} = 72^\circ$$

$$\because \text{أ س مماس} \quad \therefore \angle \text{ق (م أ س)} = 90^\circ$$

$$\because \text{ه س مماس} \quad \therefore \angle \text{ق (م ه س)} = 90^\circ$$

في الشكل الرباعي م أ س ه:

$$\angle \text{ق (أ س ه)} = 360 - (90 + 90 + 72) = 108^\circ$$



## اختر الإجابة الصحيحة:

١ عدد محاور التماثل لأي دائرة هو .....

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٢ عدد محاور تماثل نصف الدائرة هو .....

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٣ وتر طوله ٨ سم في دائرة طول نصف قطرها ٥ سم فإنه يبعد عن مركزها ..... سم

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٨

٤ إذا كان المستقيم  $\ell \cap$  الدائرة  $\Phi =$  فإن المستقيم  $\ell$  يكون .....

- (أ) محور تماثل (ب) خارج (ج) قاطع (د) مماس

٥ إذا كان المستقيم مماساً للدائرة التي قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها ..... سم

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

٦ دائرة محيطها  $6\pi$  سم والمستقيم  $\ell$  يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم  $\ell$  يكون

- (أ) مماس للدائرة (ب) قاطع للدائرة (ج) خارج الدائرة (د) قطر في الدائرة

٧ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على .....

- (أ) القطر (ب) الوتر (ج) الوتر المشترك (د) المماس

٨ دائرتان  $M$ ،  $N$  متماستان من الداخل، أنصاف أقطارهم ٥ سم، ٩ سم فإن  $MN =$  ..... سم

- (أ) ١٤ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٩

٩  $M$ ،  $N$  دائرتان متقاطعتان وطولاً نصفى قطريهما ٥ سم، ٢ سم فإن  $MN \cap$  .....

- (أ)  $[7, 3]$  (ب)  $[7, 3]$  (ج)  $[7, 3]$  (د)  $[7, 3]$

١٠ إذا كان سطح الدائرة  $M \cap$  سطح الدائرة  $N = \{A\}$  وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم،  $MN = ٨$  سم

فإن طول نصف قطر الأخرى = .....

- (أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ١١ (د) ١٦

١١ إذا كان الدائرتان  $M$ ،  $N$  متماستان من الخارج وطول نصف قطر إحداهما ٥ سم،  $MN = ٩$  سم

فإن طول نصف قطر الأخرى = .....

- (أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٩ (د) ١٤

١٢  $M$  دائرة طول قطرها ٧ سم،  $A$  نقطة في مستوى الدائرة وكان  $MA = ٤$  سم فإن  $A$  تقع .....

- (أ) داخل الدائرة (ب) خارج الدائرة (ج) على الدائرة (د) على مركز الدائرة



١٣ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو .....

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

١٤ لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .....

- (أ) المثلث (ب) المربع (ج) المعين (د) المستطيل

١٥ يمكن رسم دائرة تمر برؤوس .....

- (أ) معين (ب) مستطيل (ج) شبه منحرف (د) متوازي أضلاع

١٦ مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع .....

- (أ) متوسطات المثلث (ب) ارتفاعات المثلث (ج) محاور تماثل أضلاعه (د) منصفات زواياه الداخلة

١٧ مركز الدائرة الخارجة لأي مثلث هو نقطة تقاطع .....

- (أ) متوسطات المثلث (ب) ارتفاعات المثلث (ج) محاور تماثل أضلاعه (د) منصفات زواياه الداخلة

١٨ قياس القوس الذى يمثل ثلث قياس الدائرة = .....

- (أ) ٣٦٠ (ب) ١٨٠ (ج) ١٢٠ (د) ٩٠

١٩ النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس = .....

- (أ) ٢ : ١ (ب) ٣ : ١ (ج) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٢٠ طول نصف الدائرة التي طول نصف قطرها نق سم = ..... سم

- (أ)  $2\pi$  نق (ب)  $\frac{1}{4}\pi$  نق (ج)  $\frac{1}{3}\pi$  نق (د)  $\pi$  نق

٢١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = .....

- (أ)  $45^\circ$  (ب)  $90^\circ$  (ج)  $120^\circ$  (د)  $180^\circ$

٢٢ أ ب ج د شكل رباعي دائري فيه ق (أ)  $= 60^\circ$  فإن ق (ج) = .....

- (أ)  $60^\circ$  (ب)  $30^\circ$  (ج)  $90^\circ$  (د)  $120^\circ$

٢٣ إذا كان الشكل أ ب ج د رباعي دائري وكان ق (أ)  $= \frac{1}{4}$  ق (ج) فإن ق (أ) = .....

- (أ)  $90^\circ$  (ب)  $60^\circ$  (ج)  $120^\circ$  (د)  $180^\circ$

٢٤ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج = .....

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢٥ المماسان المرسومان من نهايتى قطر في دائرة يكونان .....

- (أ) متوازيان (ب) منطبقان (ج) متقاطعان (د) متساويان في الطول



٢٦ الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين .....

- (أ) وتران (ب) مماسان (ج) وتر ومماس (د) وتر وقطر

٢٧ عدد المماسات المشتركة لداثرتين متباعدتان هو .....

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٢٨ الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر في الدائرة تكون .....

- (أ) منعكسة (ب) قائمة (ج) منفرجة (د) حادة

٢٩ الشكل الرباعي الدائري في الأشكال التالية هو .....

- (أ) المعين (ب) المستطيل (ج) متوازي الأضلاع (د) شبه المنحرف

٣٠ إذا كانت نقطة تقع على الدائرة م التي قطرها ٦ سم فإن أ م = ..... سم

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

٣١ المماس لدائرة طول نصف قطرها ٥ سم يكون على بعد ..... سم من مركزها

- (أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) صفر (د) ٣

٣٢ دائرة طول أكبر وتر فيها = ١٢ سم فإن محيط الدائرة = ..... سم

- (أ)  $12\pi$  (ب)  $6\pi$  (ج)  $10\pi$  (د)  $24\pi$

٣٣ القطر هو ..... يمر بمركز الدائرة

- (أ) وتر (ب) مستقيم (ج) شعاع (د) مماس

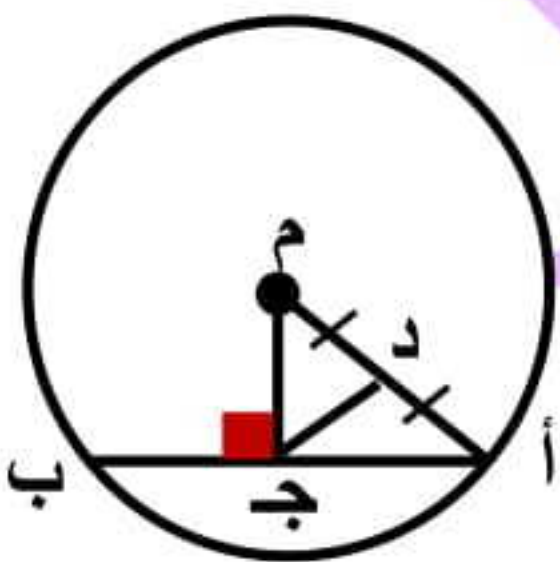
٣٤ أكبر أوتار الدائرة طولاً يسمى .....

- (أ) وتر (ب) قطر (ج) نصف قطر (د) مماس

٣٥ في الشكل المقابل: د منتصف أ ج ، م ج  $\perp$  أ ب ، ج د = ٣ سم

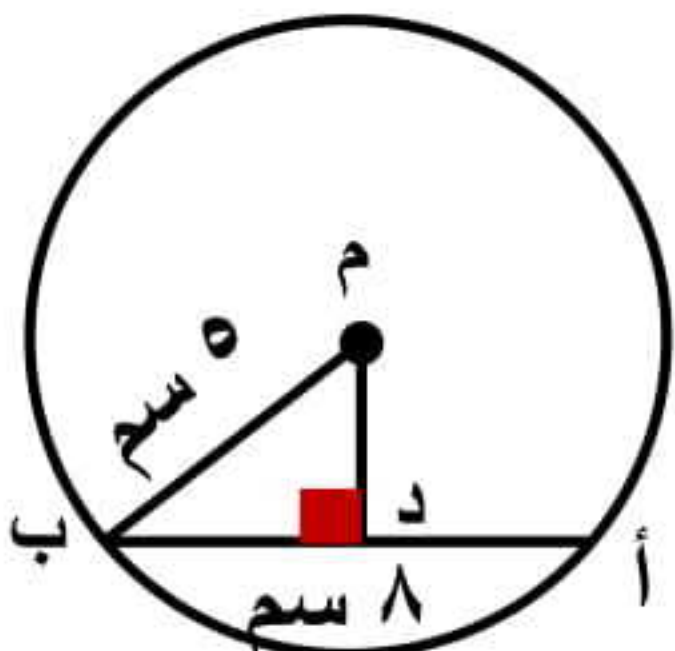
فإن مساحة سطح الدائرة م تساوى .....  $\pi$  سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٩ (د) ٣٦

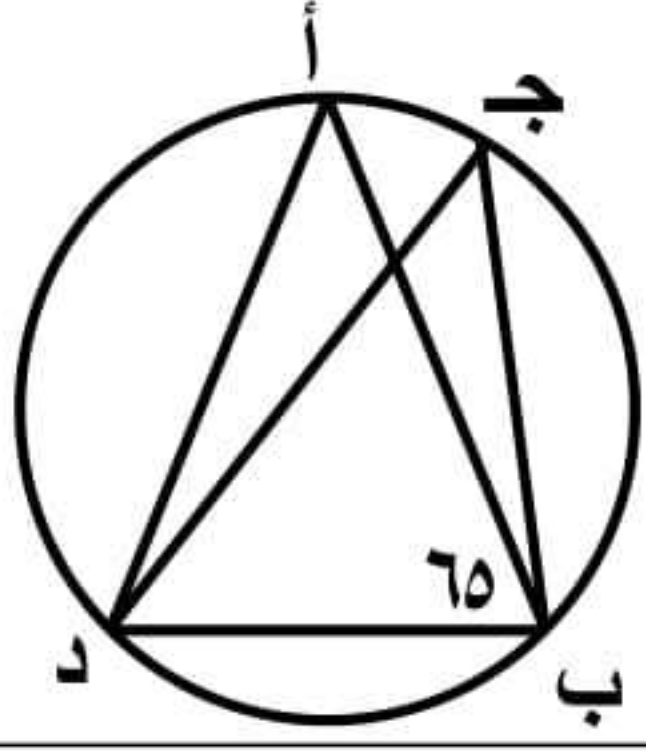


٣٦ في الشكل المقابل: أ ب = ٨ سم ، م ب = ٥ سم فإن م د = ..... سم

- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٢

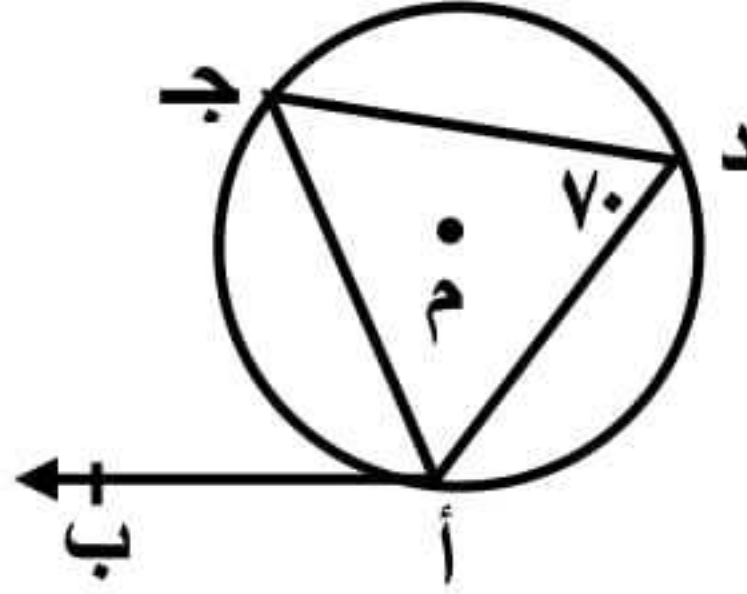






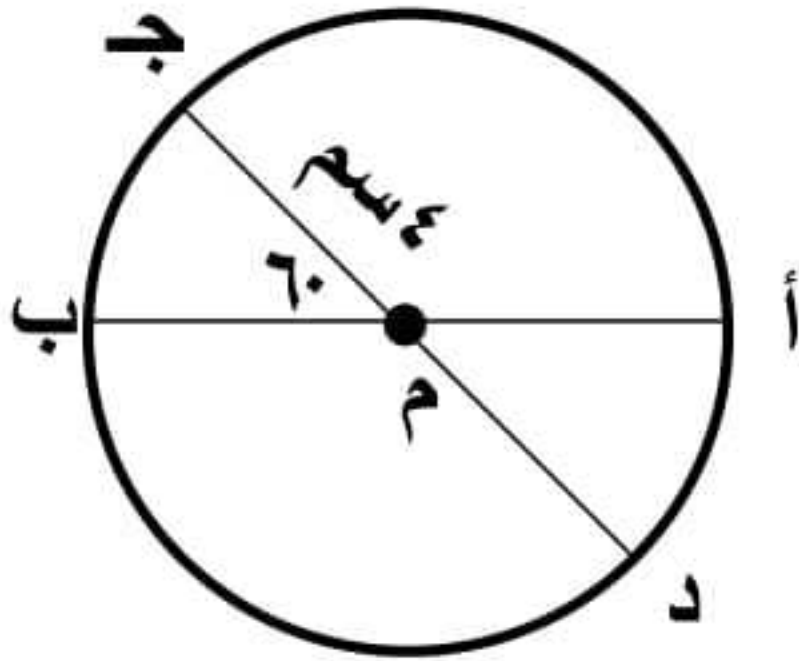
٣٧ في الشكل المقابل:  $\angle A = 65^\circ$  ،  $\angle BDC = 65^\circ$  ، فإن  $\angle C = \dots^\circ$

- (أ) ١٥ (ب) ٢٥ (ج) ٣٥ (د) ٥٥



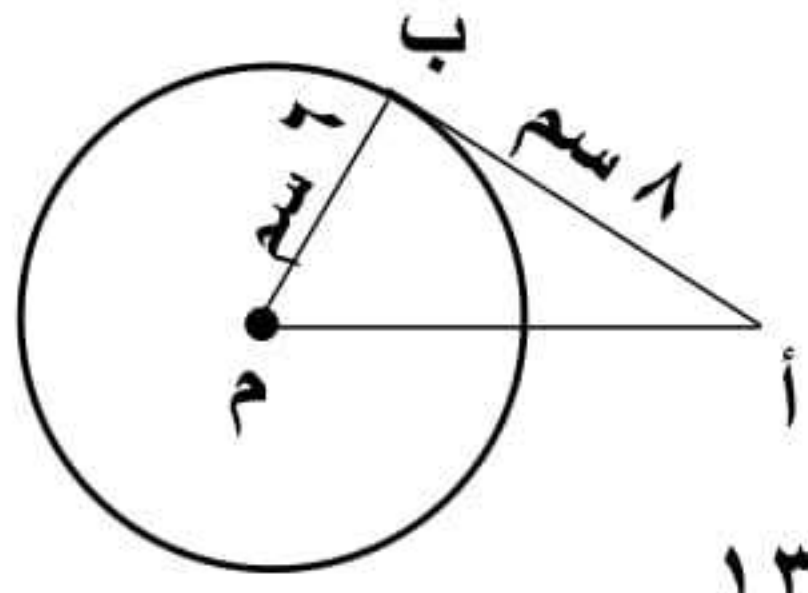
٣٨ في الشكل المقابل:  $\angle A = 70^\circ$  ،  $\angle BDC = 70^\circ$  ، فإن  $\angle C = \dots^\circ$

- (أ) ١٤٠ (ب) ٣٥ (ج) ٧٠ (د) ١١٠



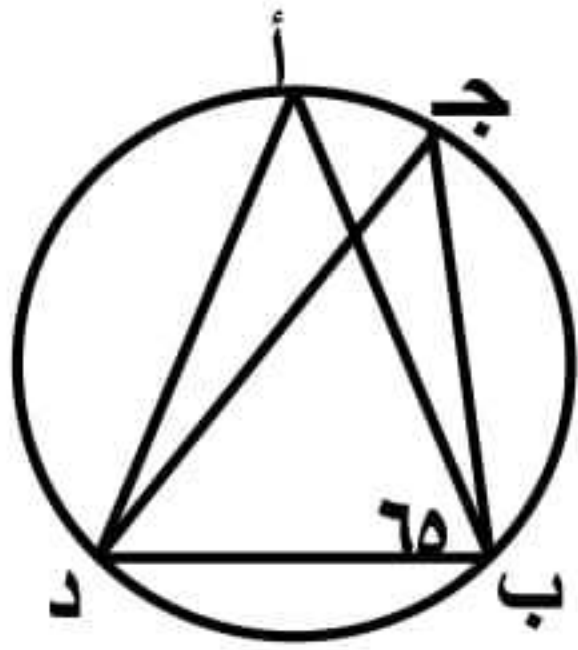
٣٩ في الشكل المقابل:  $\angle C = 60^\circ$  ،  $\text{سم } 8 = \text{طول } \widehat{CD}$  ، فإن طول  $\widehat{AB} = \dots$

- (أ)  $\pi 4$  (ب)  $\pi 8$  (ج)  $\pi \frac{8}{3}$  (د)  $\pi 16$



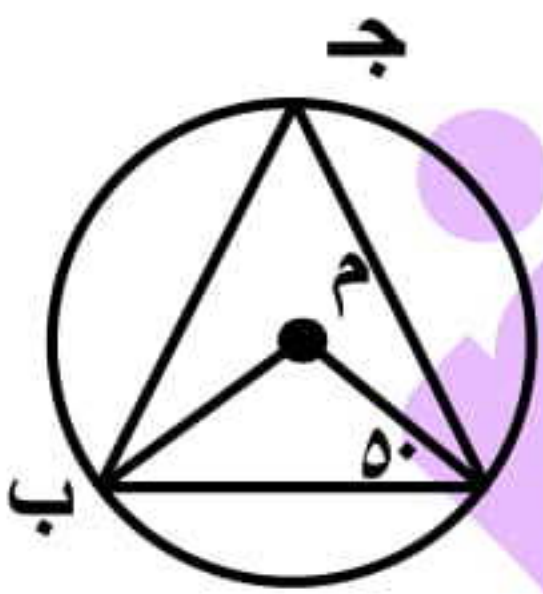
٤٠ في الشكل المقابل:  $\angle A = 60^\circ$  ،  $\text{سم } 8 = \text{سم } AB$  ، فإن  $\text{سم } AM = \dots$

- (أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ١٢ (د) ١٣



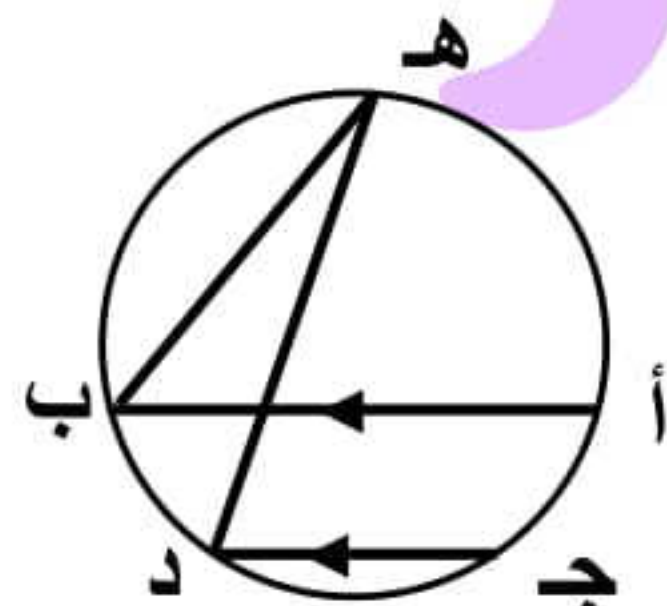
٤١ في الشكل المقابل: دائرة مركزها م إذا كان  $\angle A = 65^\circ$  ، فإن  $\angle BDC = \dots^\circ$

- (أ) ٢٥ (ب) ٥٠ (ج) ١٠٠ (د) ١٥٠



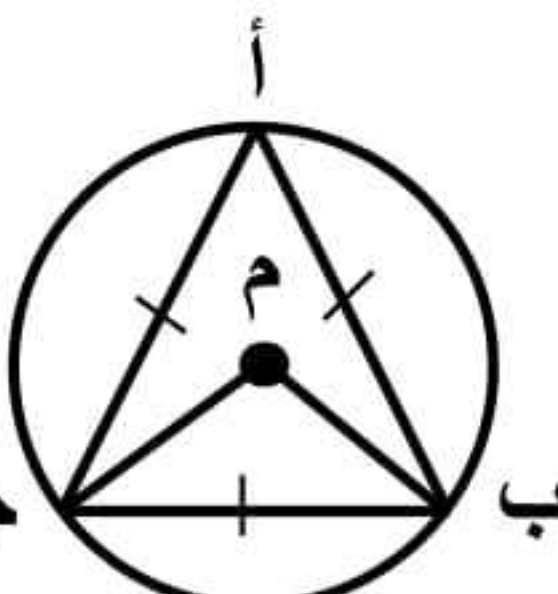
٤٢ في الشكل المقابل: دائرة مركزها م  $\angle A = 50^\circ$  ، فإن  $\angle BDC = \dots^\circ$

- (أ) ٥٠ (ب) ٨٠ (ج) ٤٠ (د) ٣٠



٤٣ في الشكل المقابل:  $\angle A = 30^\circ$  ،  $\text{سم } 8 = \text{سم } AB$  ، فإن  $\angle BDC = \dots^\circ$

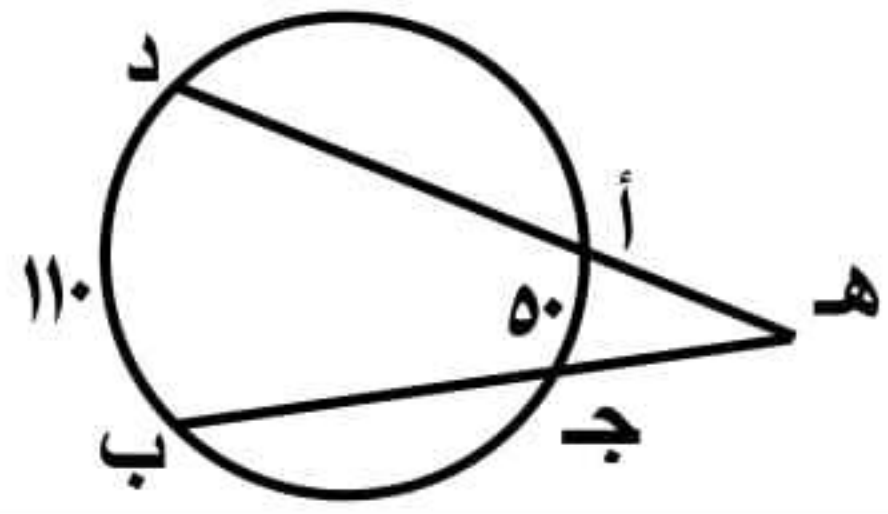
- (أ) ١٠ (ب) ١٥ (ج) ٣٠ (د) ٦٠



٤٤ في الشكل المقابل:  $\angle A = 60^\circ$  ،  $\text{سم } 8 = \text{سم } AB$  ، فإن  $\angle BDC = \dots^\circ$

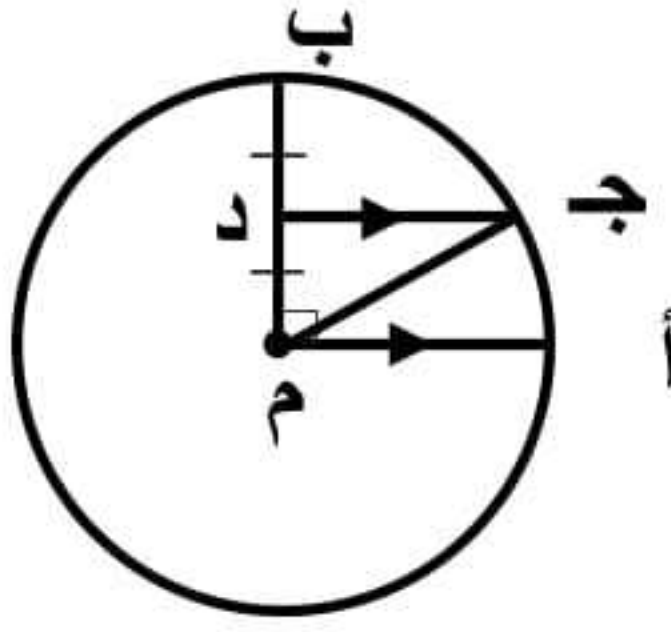
- (أ) ٥٠ (ب) ٦٠ (ج) ١٢٠ (د) ١٠٠





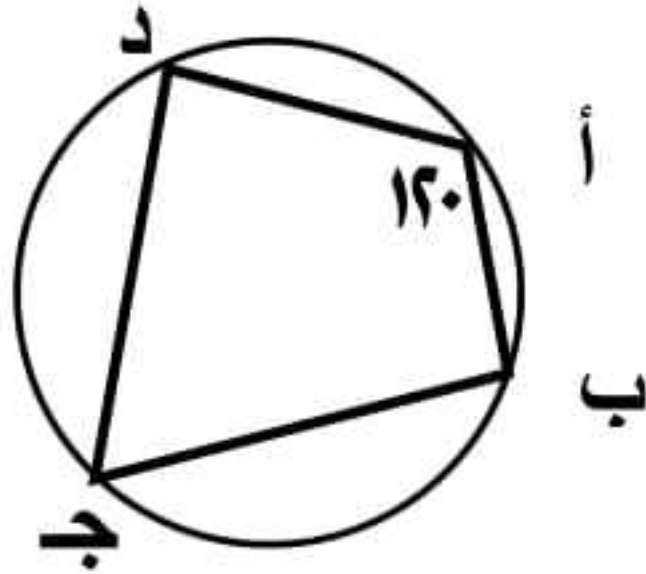
(د) ٣٠°

٤٥ في الشكل المقابل : ق (أ ج) = ٥٠°  
ق (د ب) = ١١٠° فإن ق (هـ) = .....  
(أ) ٦٠° (ب) ٥٠° (ج) ٤٠° (د) ٣٠°



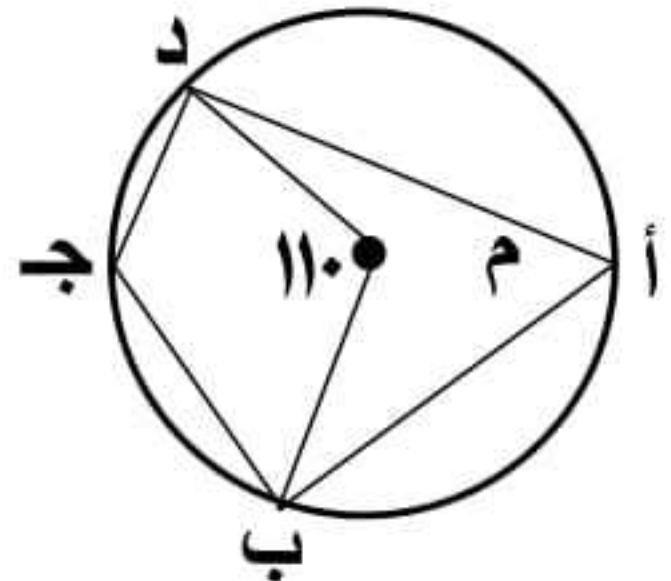
(د) ٩٠°

٤٦ في الشكل المقابل : أم // جـ د ، م د = د ب  
ق (أ م ب) = ٩٠° فإن ق (أ ج) = .....  
(أ) ٤٥° (ب) ٦٠° (ج) ٣٠° (د) ٩٠°



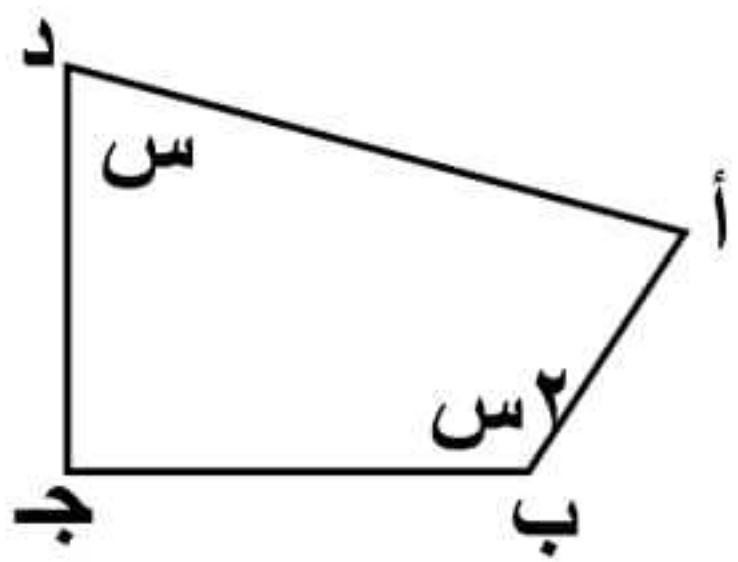
(د) ١٨٠°

٤٧ في الشكل المقابل : ق (أ) = ١٢٠°  
فإن ق (ج) = .....  
(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (ج) ١٢٠° (د) ١٨٠°



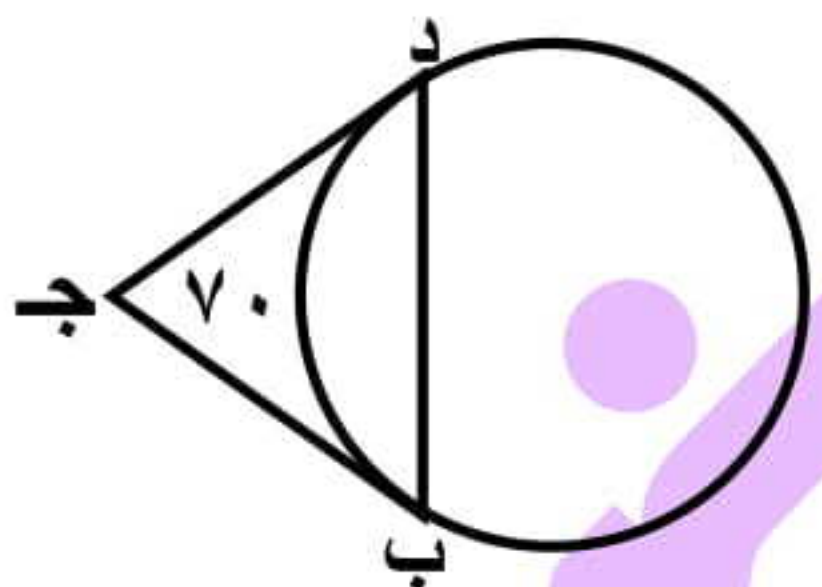
(د) ٥٥°

٤٨ في الشكل المقابل : دائرة مركزها م  
ق (ب م د) = ١١٠° فإن ق (ج) = .....  
(أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (ج) ١٢٥° (د) ٥٥°



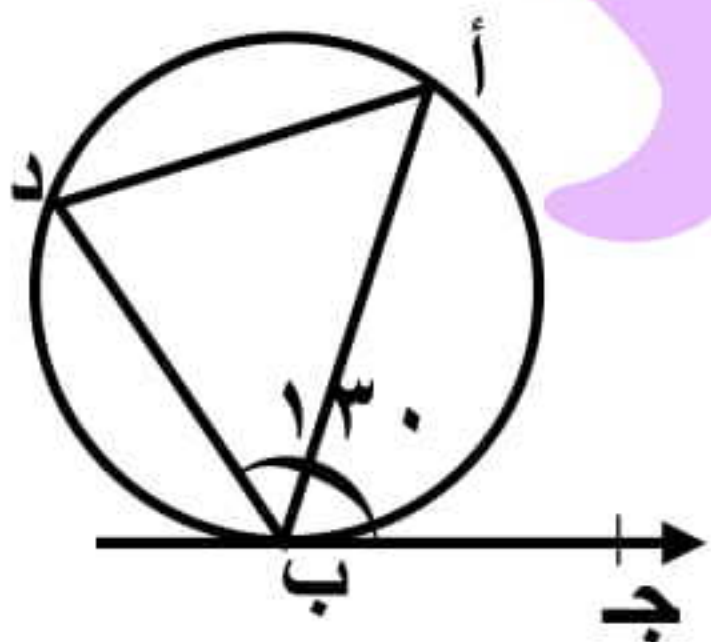
(د) ٥٠°

٤٩ في الشكل المقابل : أ ب جـ د شكل رباعي دائري  
فإن س = .....  
(أ) ١٢٠° (ب) ١٠٠° (ج) ٦٠° (د) ٥٠°



(د) ٥٥°

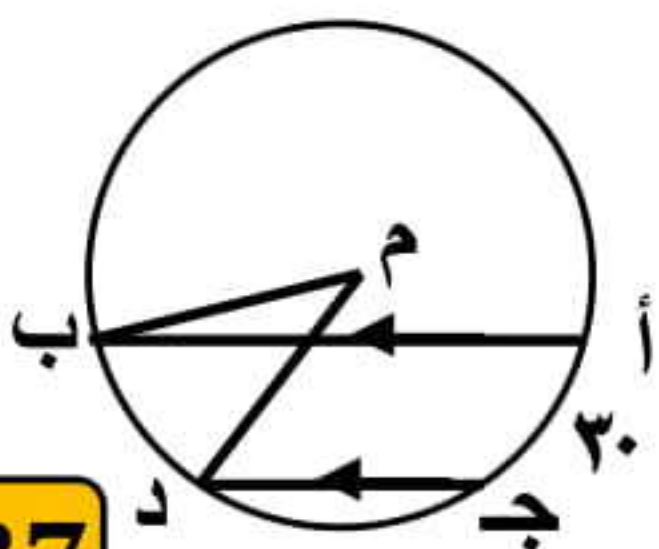
٥٠ في الشكل المقابل : جـ ب ، جـ د قطعتان مماستان  
ق (ج) = ٧٠° فإن ق (د ب) الأصغر = .....  
(أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (ج) ١٢٥° (د) ٥٥°



(د) ١٨٠°

٥١ في الشكل المقابل : ب جـ مماس للدائرة  
ق (د ب ج) = ١٣٠° فإن ق (أ) = .....  
(أ) ٥٠° (ب) ٦٥° (ج) ١٣٠° (د) ١٨٠°

٥٢ في الشكل المقابل : أ ب // جـ د



(د) ٦٠°

ق (أ ج) = ٣٠° فإن ق (ب م د) = .....  
(أ) ١٠° (ب) ١٥° (ج) ٣٠° (د) ٦٠°

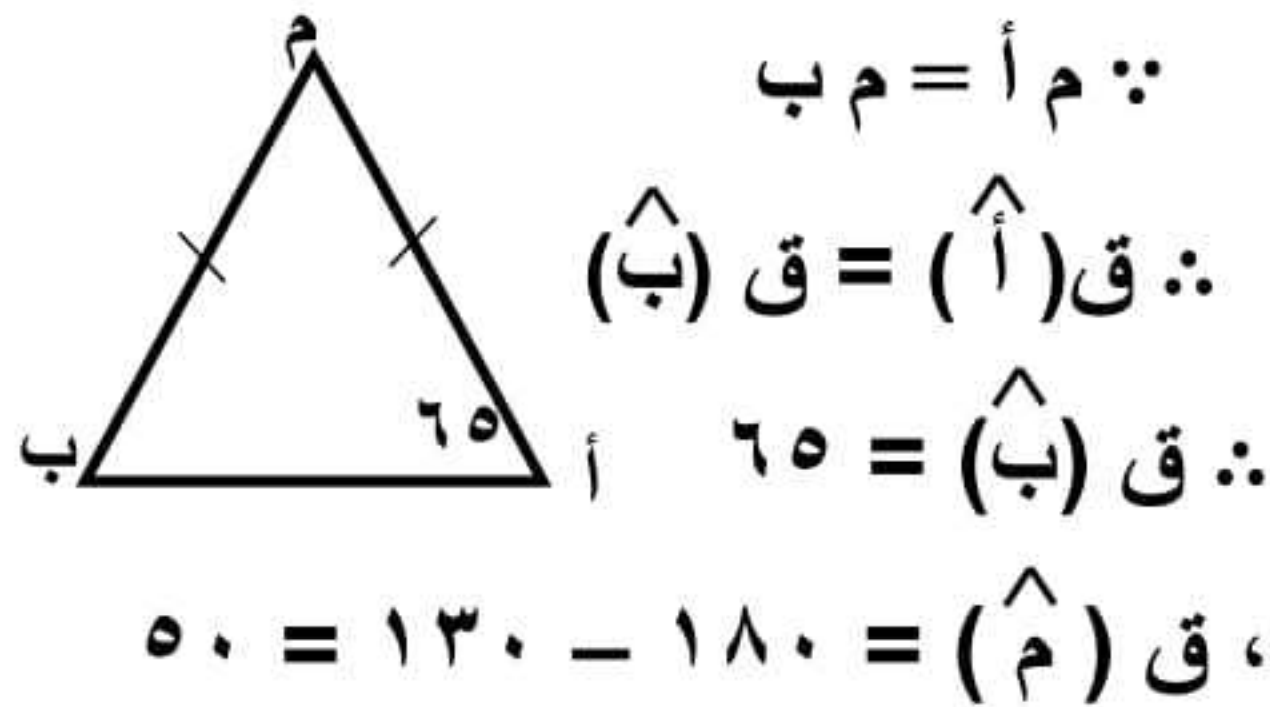
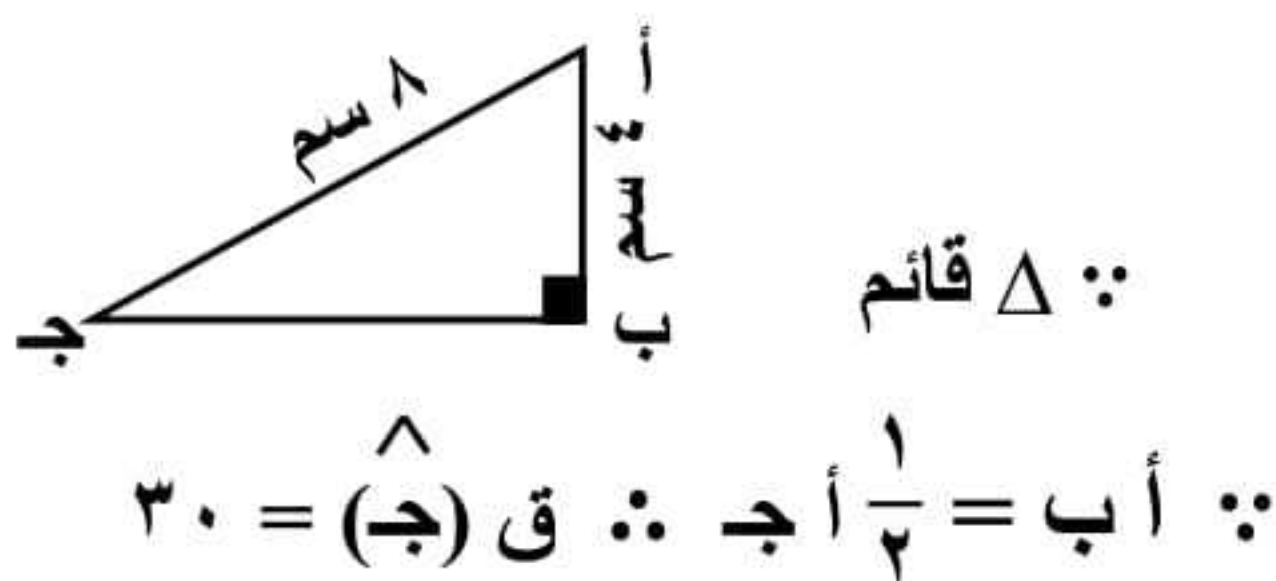
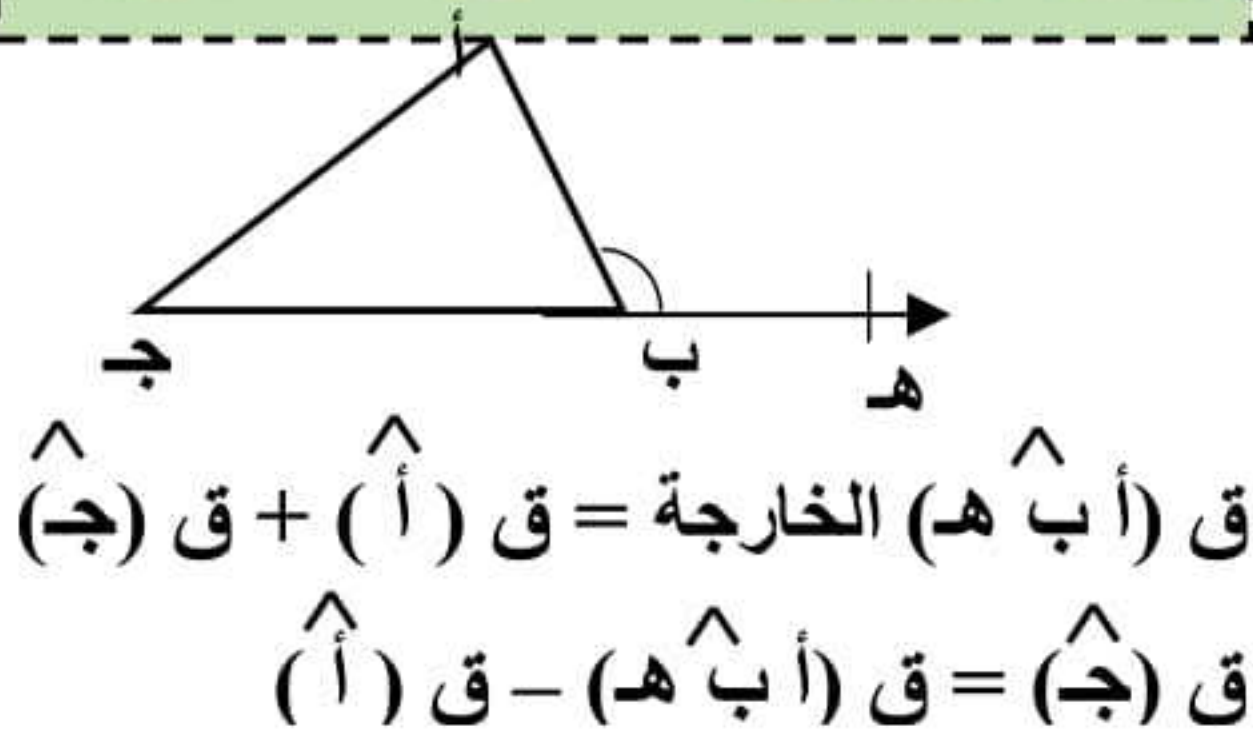
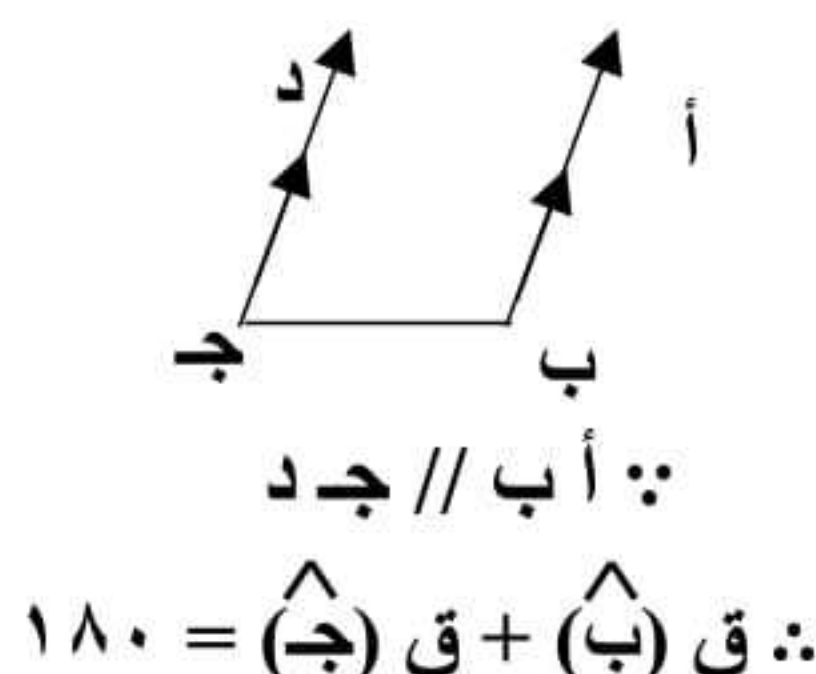


## تراكمي هندسة

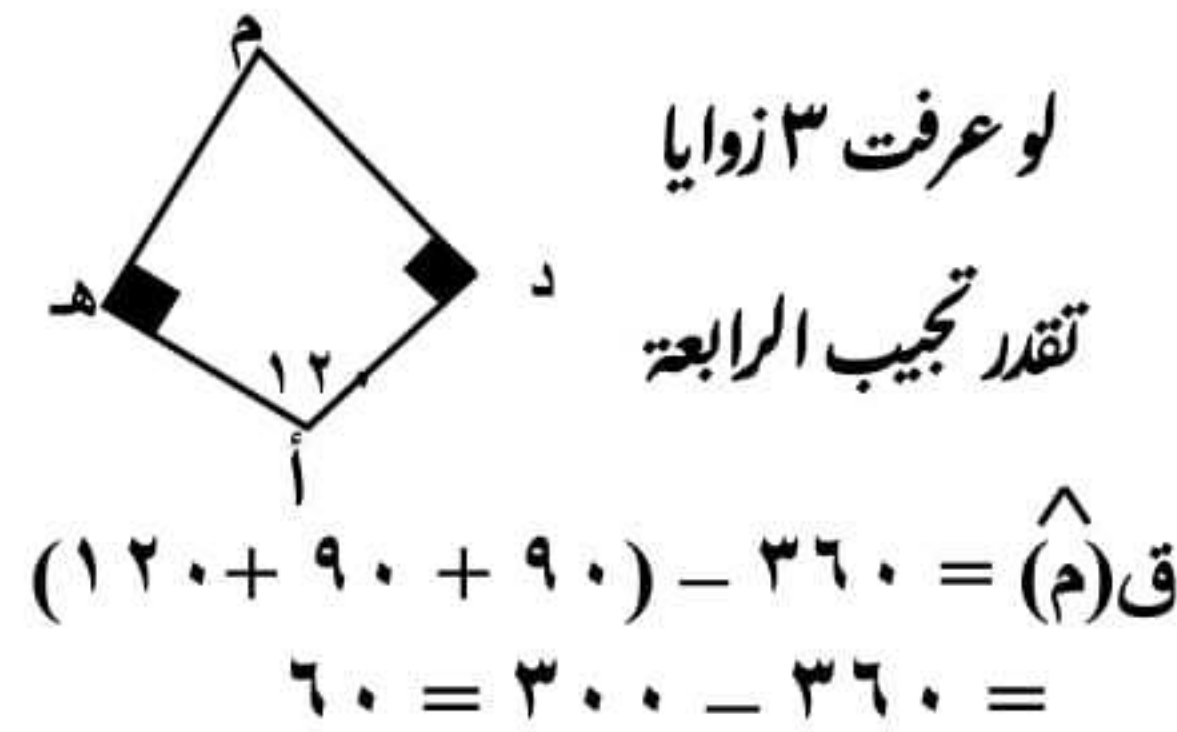
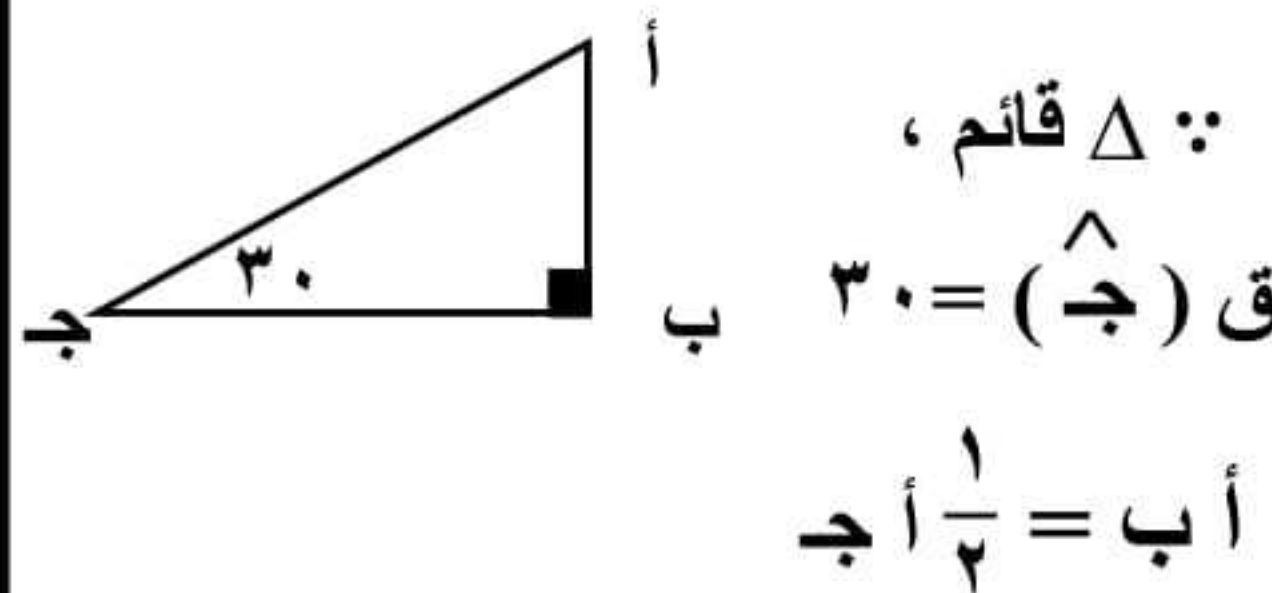
- ① مساحة المعين الذي طول قطريه ٦ سم ، ٨ سم = ..... سم<sup>٢</sup>
- ② مجموع طولى أي ضلعين في المثلث ..... طول الضلع الثالث
- ③ في المثلث أ ب ج إذا كان  $(أ ج)^\circ = (أ ب)^\circ + (ب ج)^\circ$  فإن زاوية ب تكون .....
- ④ في المثلث أ ب ج إذا كان  $(أ ج)^\circ < (أ ب)^\circ + (ب ج)^\circ$  فإن زاوية ب تكون .....
- ⑤ في المثلث أ ب ج إذا كان  $(أ ج)^\circ < (أ ب)^\circ + (ب ج)^\circ$  فإن زاوية ب تكون .....
- ⑥ قياس زاوية الشكل السداسى المنتظم = .....
- ⑦ عدد محاور تماثل المربع = ..... ، عدد محاور تماثل المستطيل = .....
- ⑧ ميل المستقيم الذى معادلته ٣ س - ٤ ص + ١٢ = ٠ هو .....
- ⑨ ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = .....
- ⑩ عدد محاور تماثل نصف الدائرة ..... عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين
- ⑪ القطران المتساويان في الطول وغير متعامدان في .....
- ⑫ مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>
- ⑬ إذا كان أ ب قطر فى دائرة م حيث أ ( ٣ ، - ٥ ) ، ب ( ٥ ، ١ ) فإن مركز الدائرة م هو .....
- ⑭ دائرة محيطها  $٨\pi$  فإن طول قطرها = .....
- ⑮ في المثلث القائم طول المتوسط الخارج من الزاوية القائمة يساوى .....
- ⑯ في المثلث القائم طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ يساوى .....
- ⑰ عدد المستطيلات في الشكل المقابل .....  

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|
- ⑱ إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن القطعة المستقيمة ..... المستقيم
- ⑲ مربع طول قطره ٦ سم فإن مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>
- ⑳ الأعداد ٥ ، ٤ ، ..... تصلح أطوال أضلاع مثلث ( ٨ ، ١٠ ، ٩ ، ١٢ )
- ㉑ إذا كان قياس إحدى زاويتي القاعدة في مثلث متساوى الساقين ٣٠° فإن قياس زاوية الرأس = .....°
- ㉒ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع = .....°

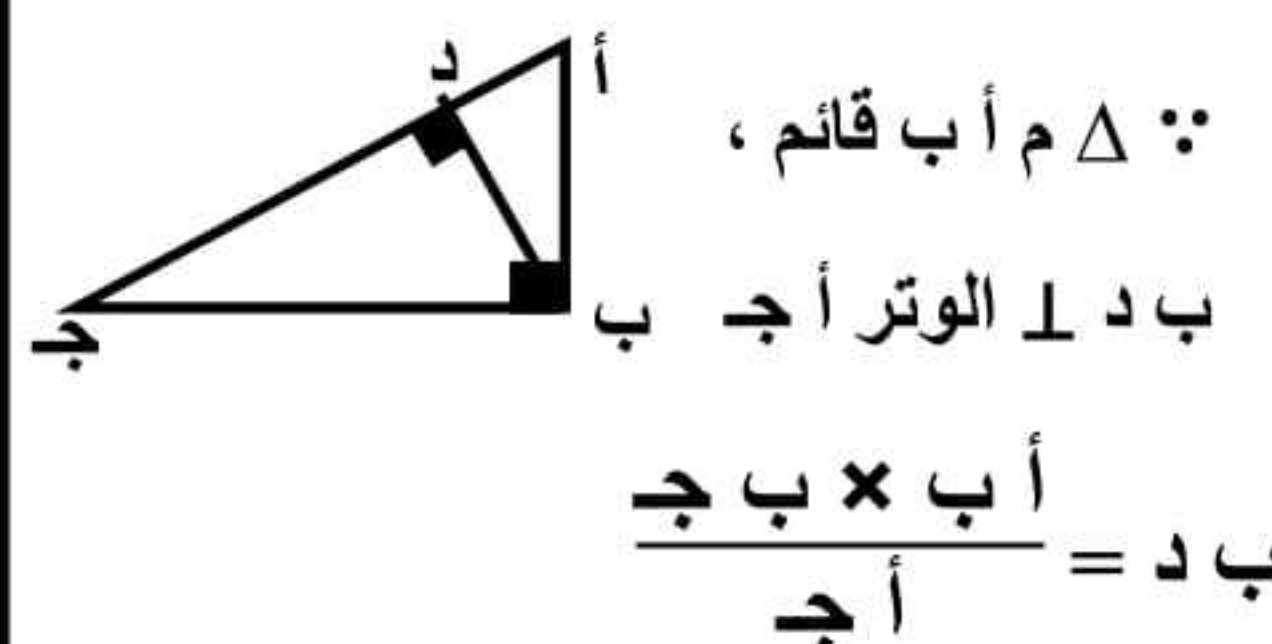
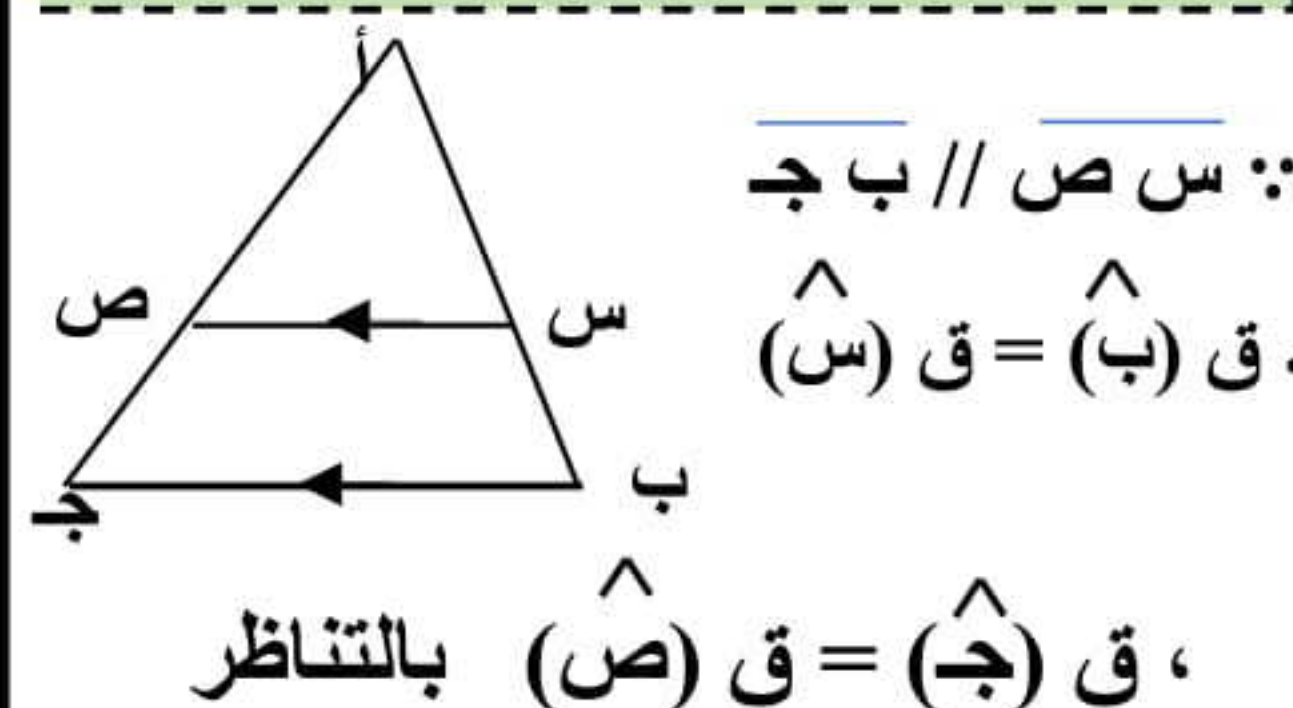


في المثلث المتساوي الساقين  
زاويتا القاعدة متساويتانإذا كان طول الضلع = نصف طول  
الوتر فإن الزاوية المقابلة له = ٣٠قياس الزاوية الخارجة عن المثلث =  
مجموع الزاويتين الداخلتين عدا المجاورةإذا وجد توازي حرف U فإن  
الزاويتان المتداخلتان متكاملتان

## المثلث المتساوي الأضلاع

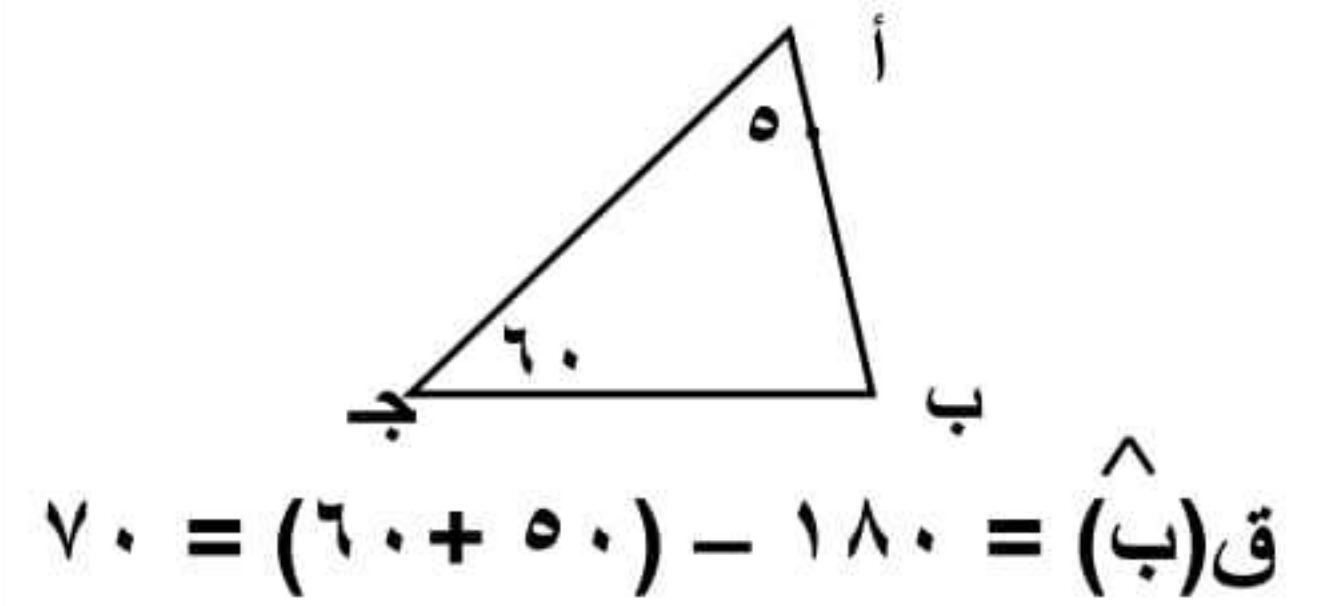
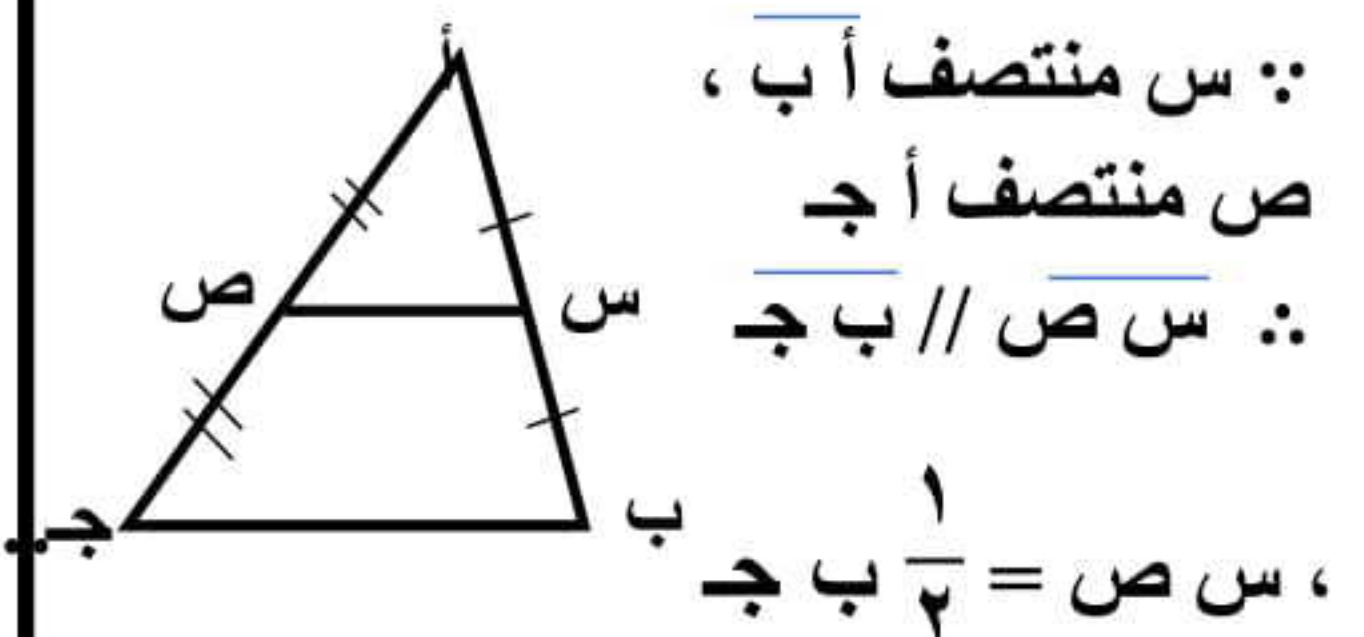
مجموع قياسات زوايا  
الشكل الرباعي = ٣٦٠طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠  
= نصف طول الوتر

## نظرية إقليدس

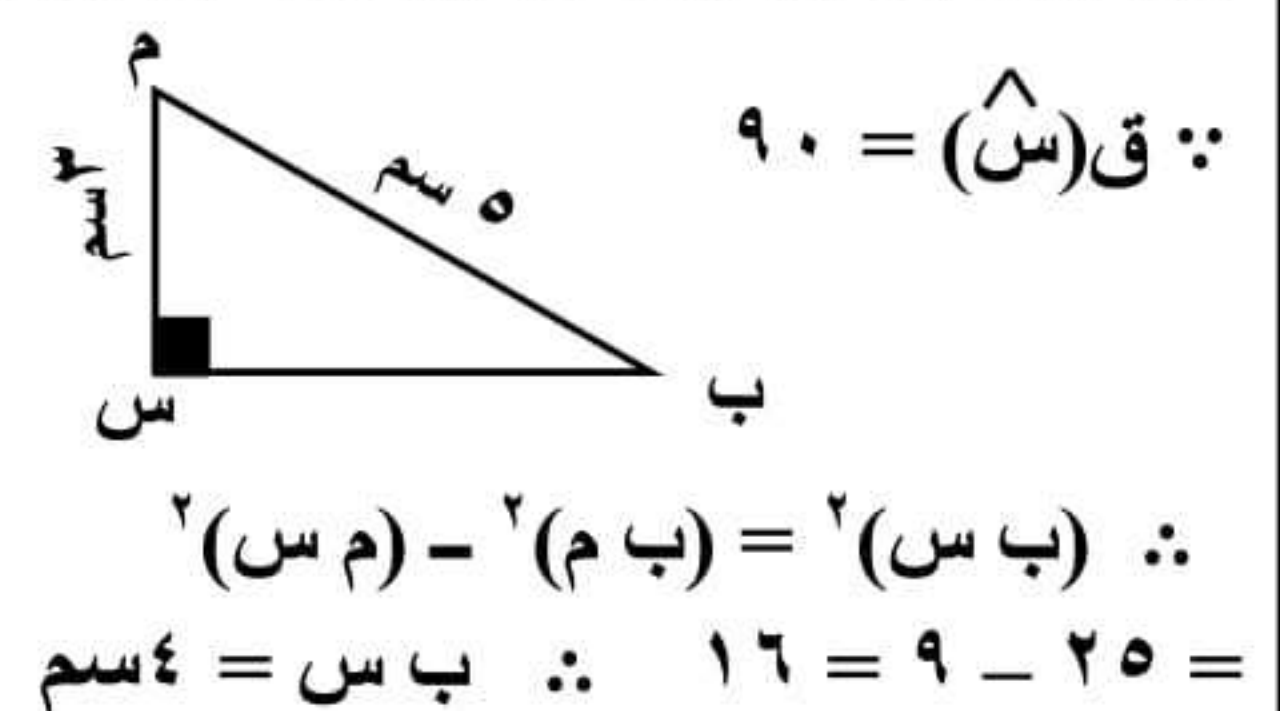
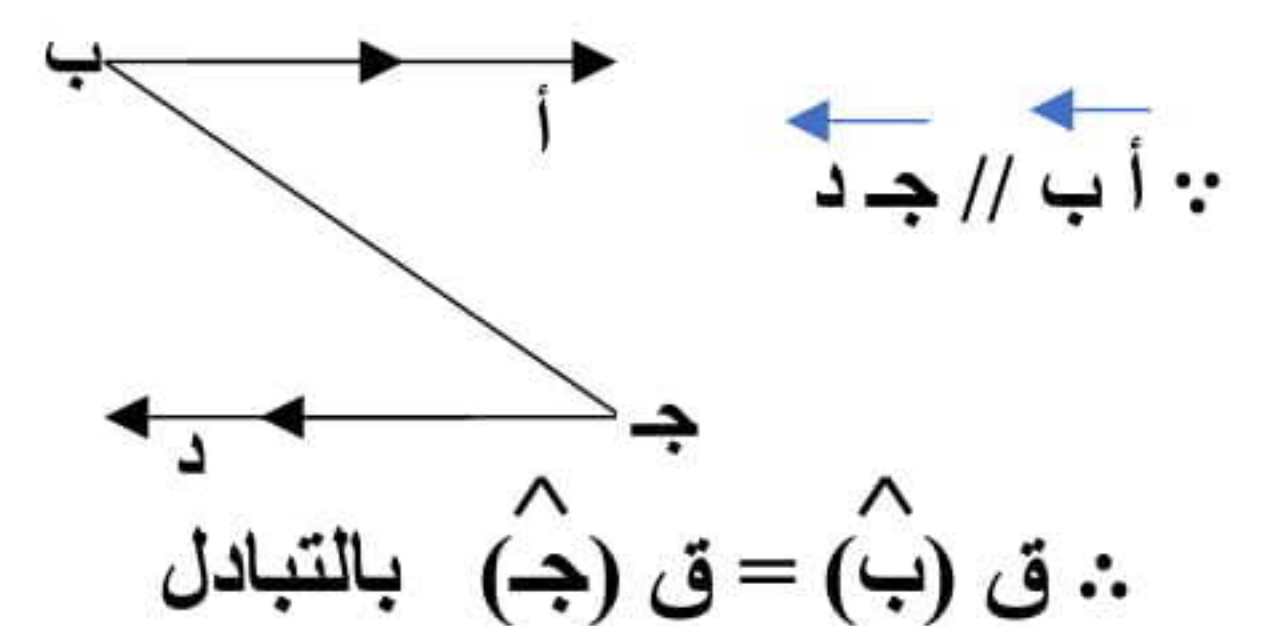
إذا وجد توازي حرف F فإن  
الزاويتان المتناظرتان متساويتان

## حالات تطابق مثلثين

- ضلعان والزاوية المحصورة بينهما
- زاويتان والضلع المرسوم بينهما
- وتر وضلع (في المثلث القائم)

مجموع قياسات زوايا  $\Delta = 180$ القطعة الواصلة بين منتصفى  
ضلعين توازي الضلع الثالث

## نظرية فيثاغورث

إذا وجد توازي حرف Z فإن  
الزاويتان المتبادلتان متساويتان

## لإثبات التوازي

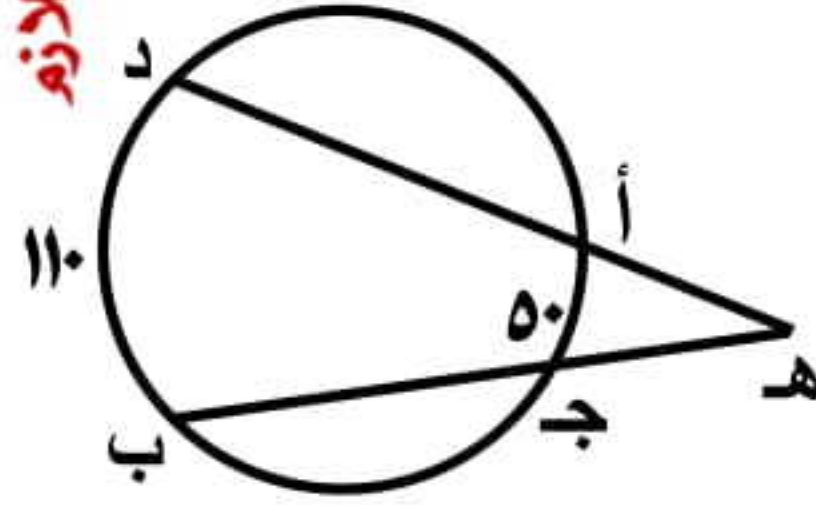
## نبحث عن إحدى الحالات الآتية:

- ◆ زاويتان متبادلتان متساويتان
- ◆ زاويتان متناظرتان متساويتان
- ◆ زاويتان متداخلتان متكاملتان

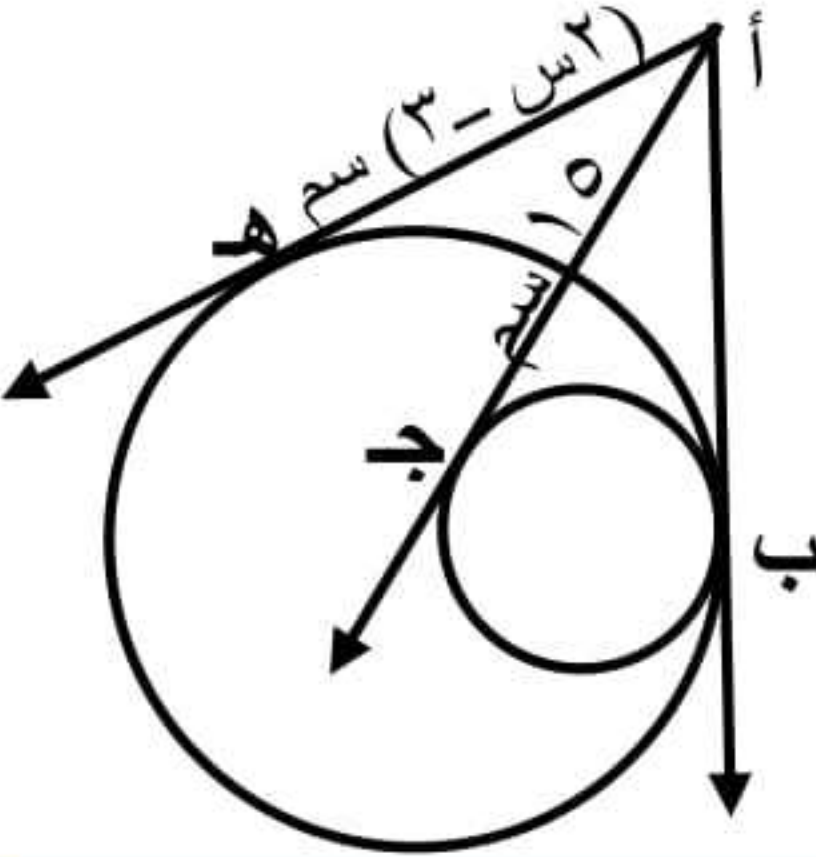


## ♦ السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين

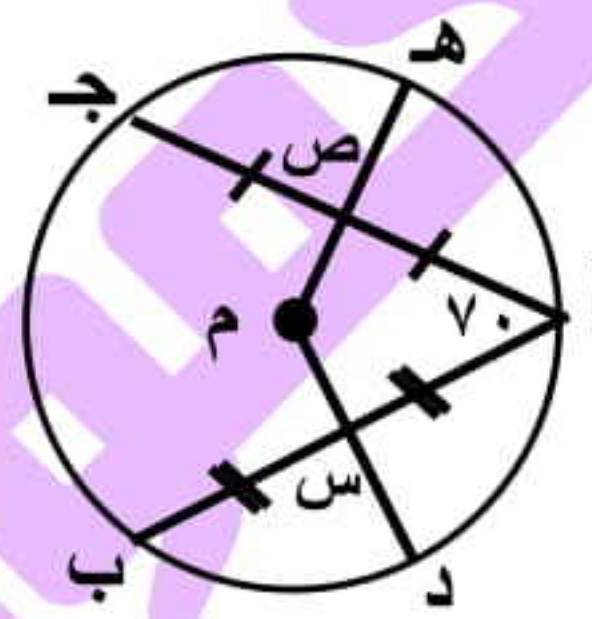
- ① الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة .....  
 (أ) حادة (ب) منفرجة (ج) مستقيمة (د) قائمة
- ② المماس لدائرة طول قطرها ٨ سم يكون على بعد ..... سم من مركزها  
 (أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٨ (د) ٦
- ③ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين = .....  
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤
- ④ إذا كان أ ب ج د شكل رباعي دائري وكان ق (ب) =  $\frac{1}{2}$  ق (د) فإن ق (ب) = .....  
 (أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (ج) ٩٠ (د) ١٢٠
- ⑤ إذا كان الشكل أ ب ج د ~ الشكل س ص ع ل فإن ق (ب) = ق (.....)  
 (أ) س (ب) ص (ج) ع (د) ل
- ⑥ في الشكل المقابل: ق (أ ج) = ٥٠، ق (ب د) = ١١٠ فإن ق (هـ) = .....  
 (أ) ٦٠ (ب) ٥٠ (ج) ٤٠ (د) ٣٠



## السؤال الثاني (ب) في الشكل المقابل:



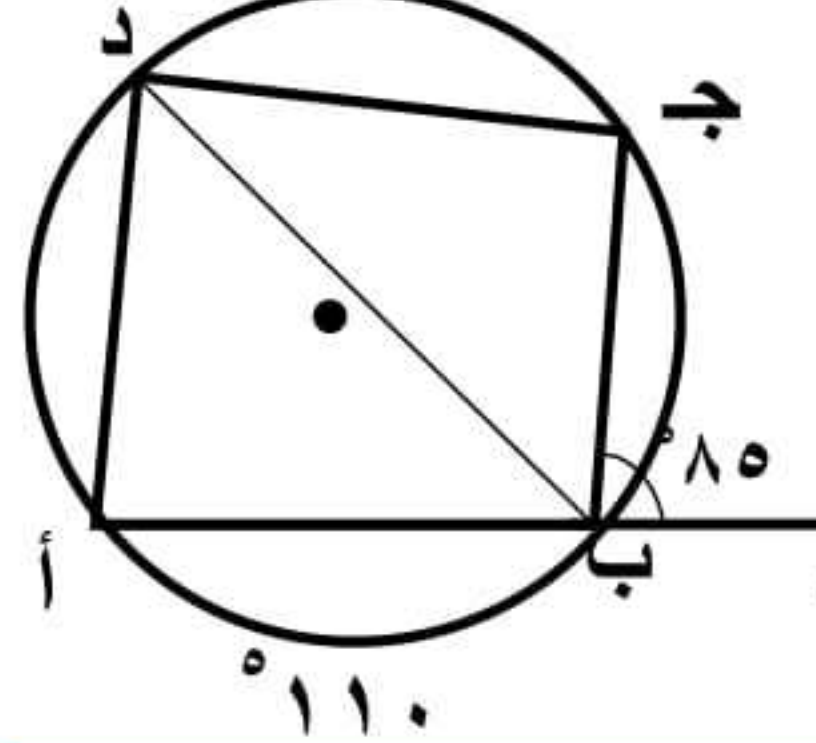
أ ب ، أ ج ، أ هـ مماسات  
 أ ج = ١٥ سم  
 أ هـ = (٣ - ٢) سم  
 أوجد قيمة س



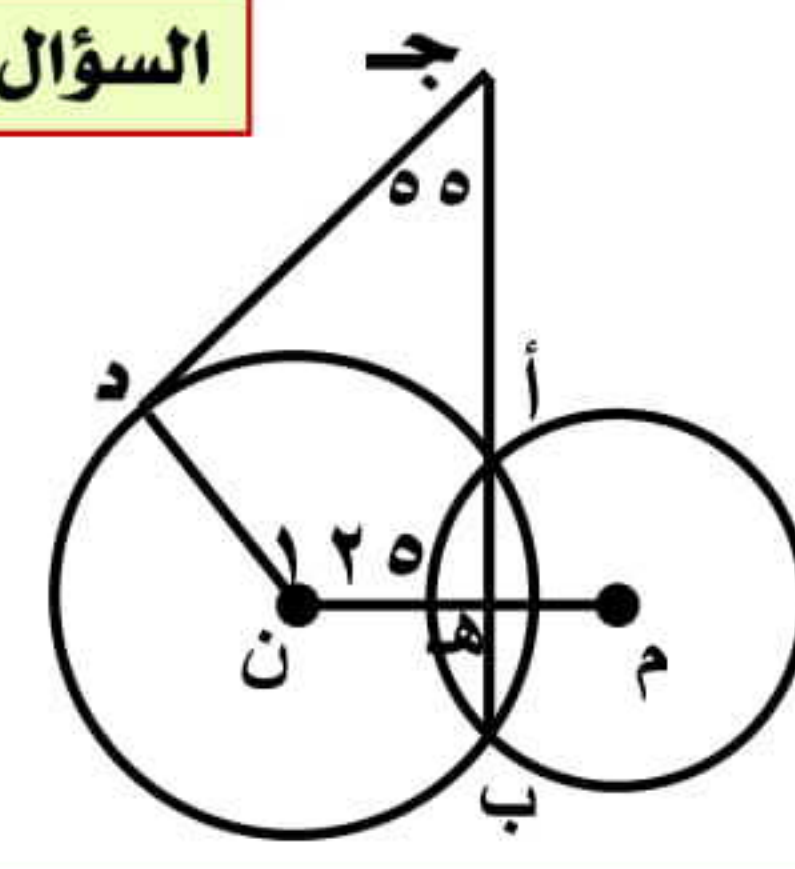
## (أ) في الشكل المقابل:

أ ب ، أ ج وتران متساويان في الطول  
 س منتصف أ ب ، ص منتصف أ ج  
 ق (ج أ ب) = ٧٠  
 (١) أوجد ق (د هـ)  
 (٢) اثبت أن س د = ص هـ

## السؤال الثالث (ب) في الشكل المقابل:



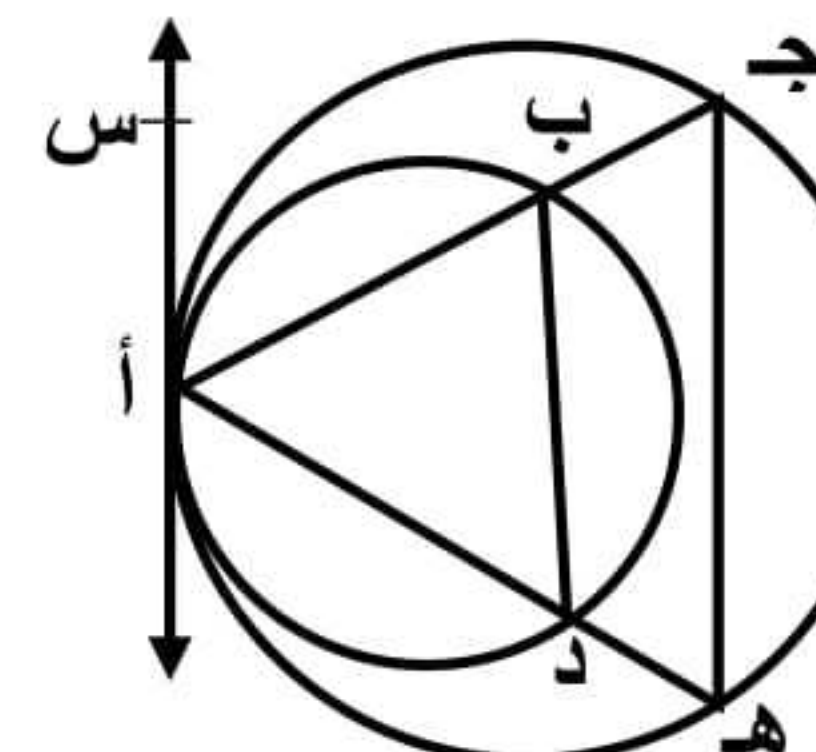
هـ  $\exists$  أ ب ،  
 ق (أ ب) = ١١٠  
 ق (ج ب هـ) = ٨٥  
 أوجد: ق (ب د ج)



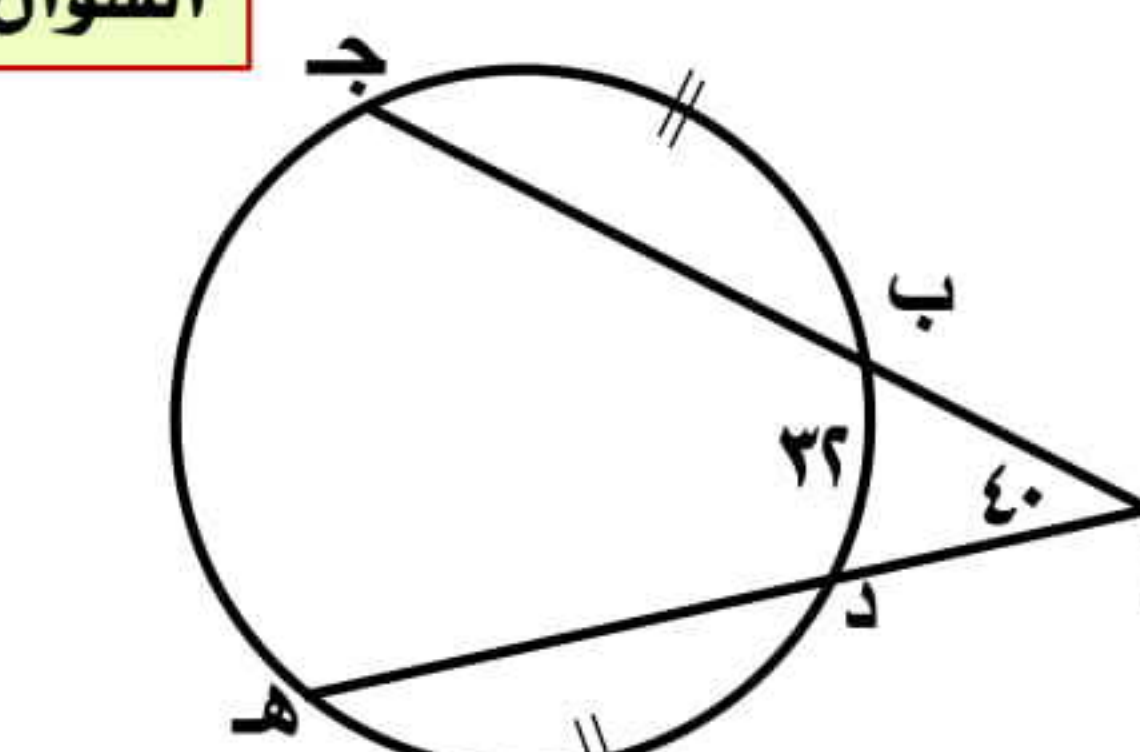
## (أ) في الشكل المقابل:

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب  
 ق (م ن د) = ١٢٥  
 ق (ب ج د) = ٥٥  
 اثبت أن ج د مماس

## السؤال الرابع (ب) في الشكل المقابل:



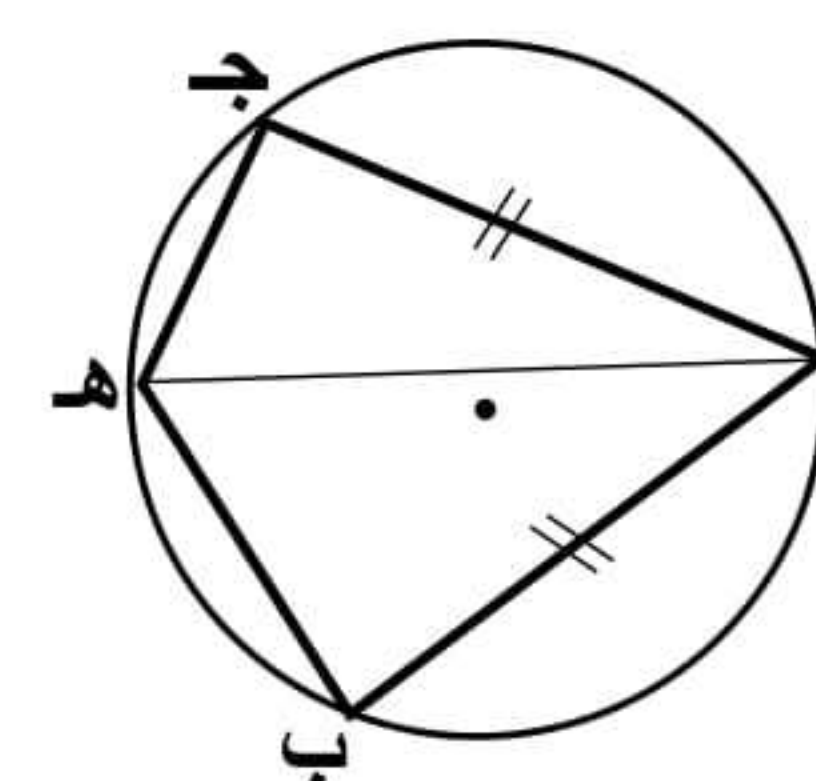
أ س مماس مشترك  
 لدائرتين متماستين  
 اثبت أن: ب د // ج هـ



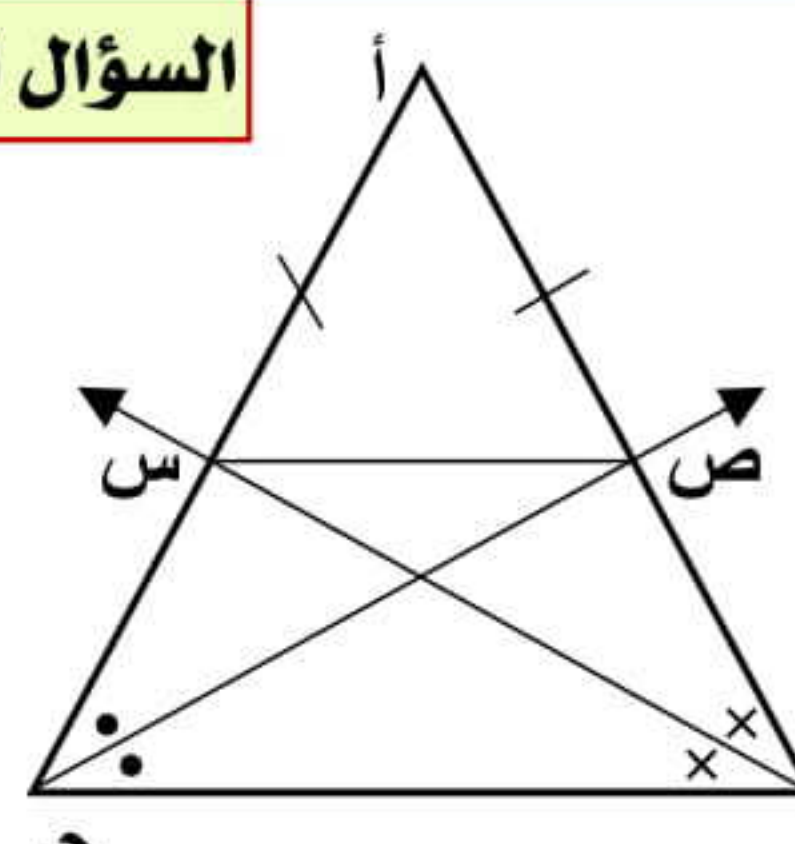
## (أ) في الشكل المقابل:

ق (أ) = ٤٠  
 ق (ب د) = ٣٢  
 ق (ب ج) = ق (د هـ)  
 أوجد: (١) ق (ج هـ)  
 (٢) ق (ب ج)

## السؤال الخامس (ب) في الشكل المقابل:



أ ب = أ ج  
 هـ  $\exists$  ب ج  
 اثبت أن:  
 ق (أ هـ ب) = ق (أ هـ ج)



## (أ) في الشكل المقابل:

أ ب = أ ج ، ب س ينصف ب  
 ج ص ينصف ج  
 اثبت أن:  
 ١- ب ج س ص رباعي دائري  
 ٢- ص س // ب ج



## ♦ السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين

١ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة .....

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الأخرى = .....

- (أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ١١ (د) ١٢

٣ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتا المركز = .....

- (أ) صفر (ب) ٢ (ج) ١ (د) ٣

٤ في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين .....

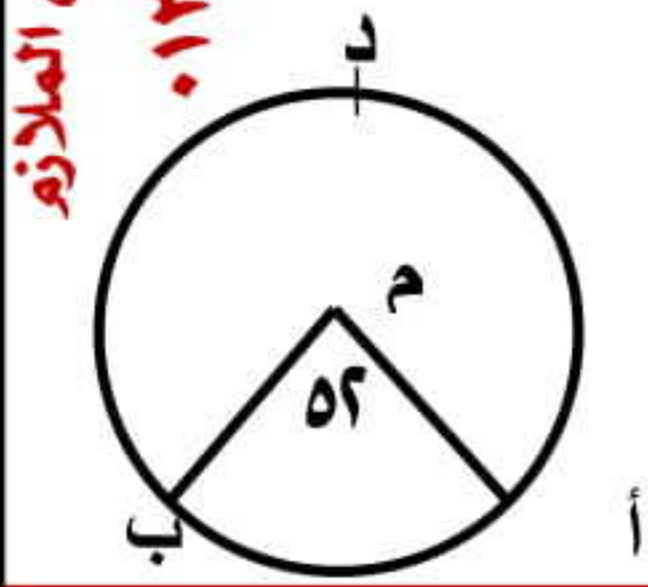
- (أ) متساويتان (ب) متكاملتان (ج) متبادلتان (د) متتامتان

٥ م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولاً نصفي قطريهما ٥ سم ، ٢ سم فإن م ن = ٣ .....

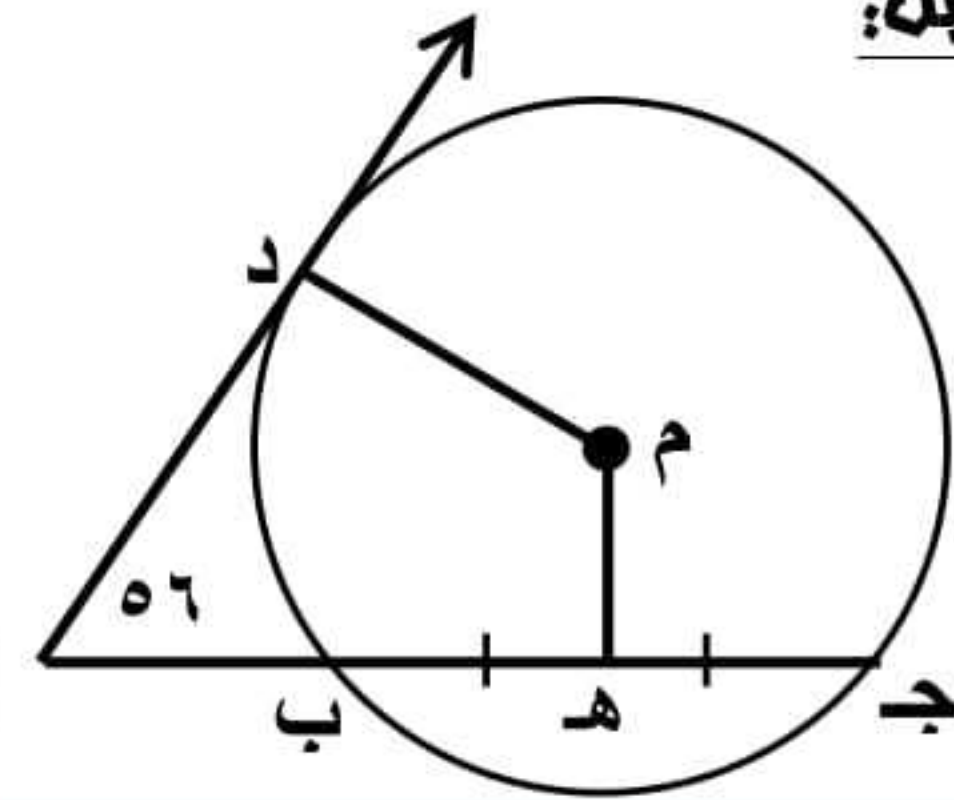
- (أ) [٧ ، ٣] (ب) [٧ ، ٣] (ج) [٧ ، ٣] (د) [٧ ، ٣]

٦ في الشكل المقابل: ق (أ م ب) = ٥٢° فإن ق (أ د ب) = .....

- (أ) ٥٢ (ب) ١٠٤ (ج) ١٢٨ (د) ٣٠٨

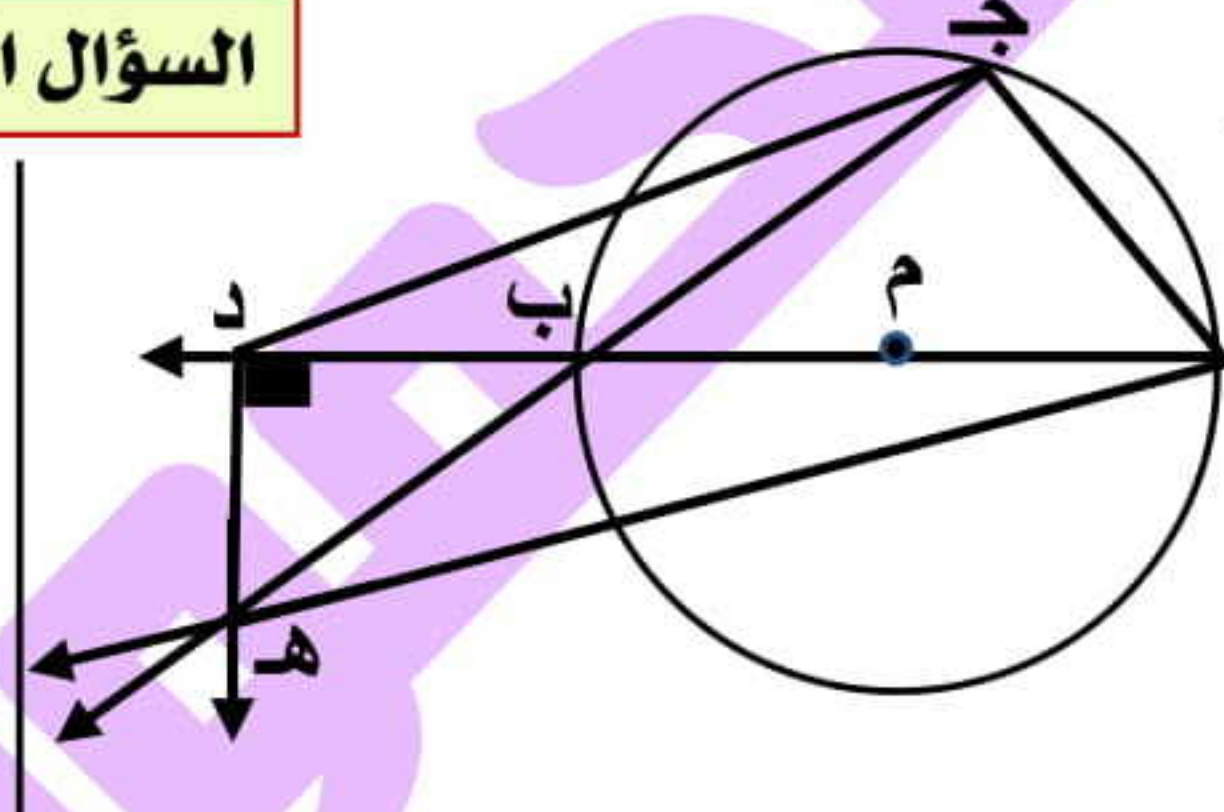


## السؤال الثاني (ب) في الشكل المقابل:



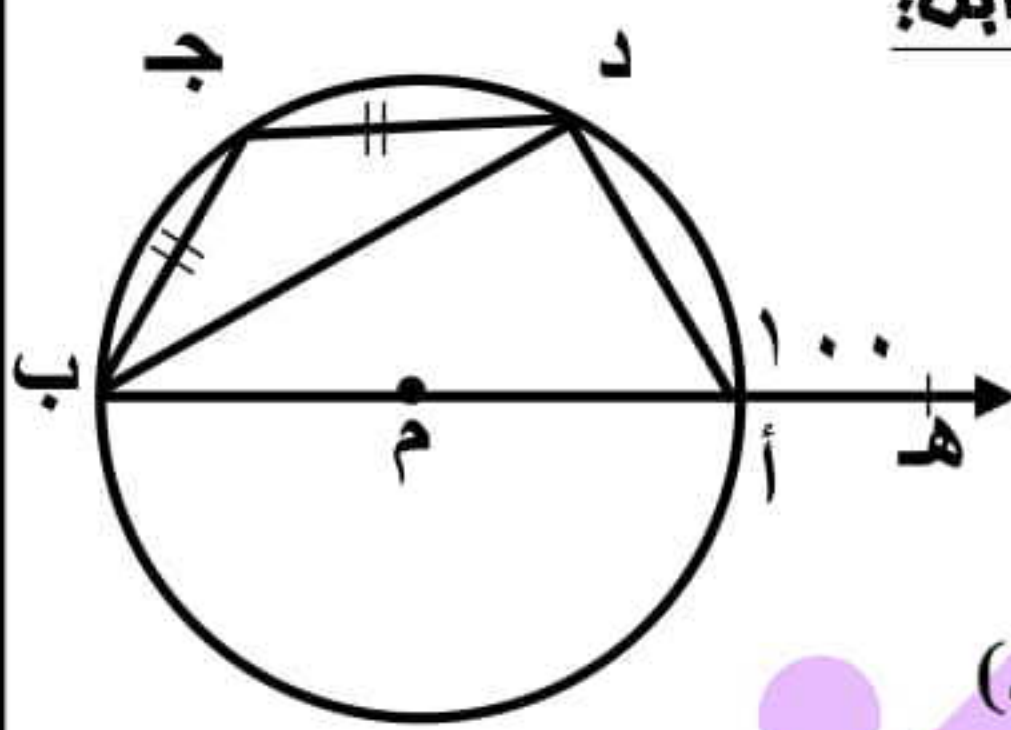
أ د مماس للدائرة عند د  
هـ منتصف ب ج  
ق (أ) = ٥٦°  
أوجد ق (د م هـ)

## (أ) في الشكل المقابل:



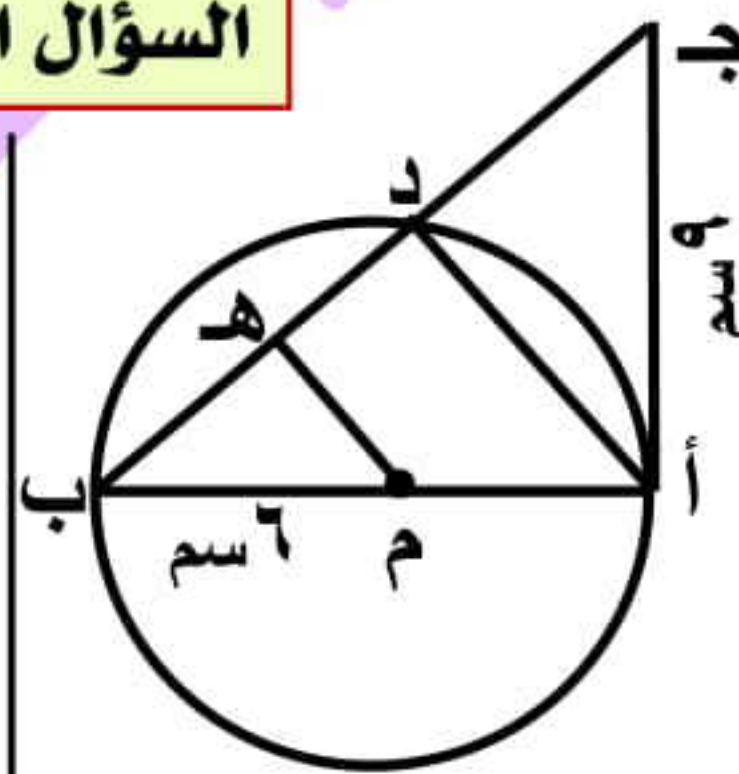
أ ب قطر في الدائرة  
د هـ ⊥ أ ب  
اثبت أن:  
أ ج د هـ رباعي دائري

## السؤال الثالث (ب) في الشكل المقابل:



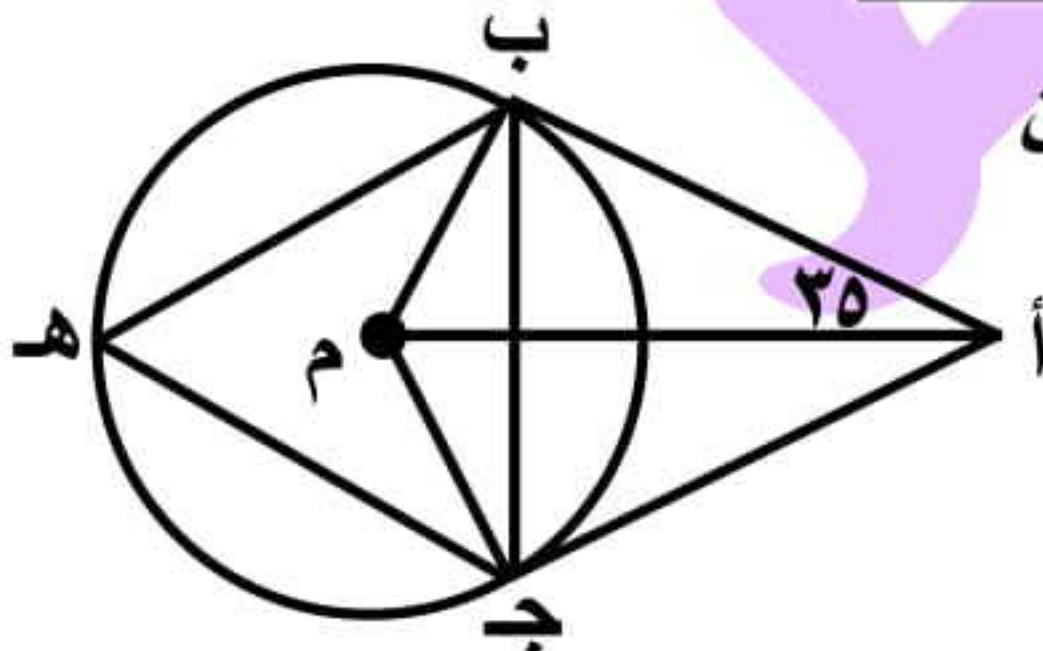
أ ب قطر في الدائرة م  
ق (د أ هـ) = ١٠٠°  
ج د = ج ب  
أوجد بالخطوات: ق (أ د ج)

## السؤال الرابع (ب) في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م ،  
أ ج مماس لها عند أ  
فإذا كان أ ج = ٩ سم ، ب م = ٦ سم  
أوجد طول كل من ب ج ، أ د

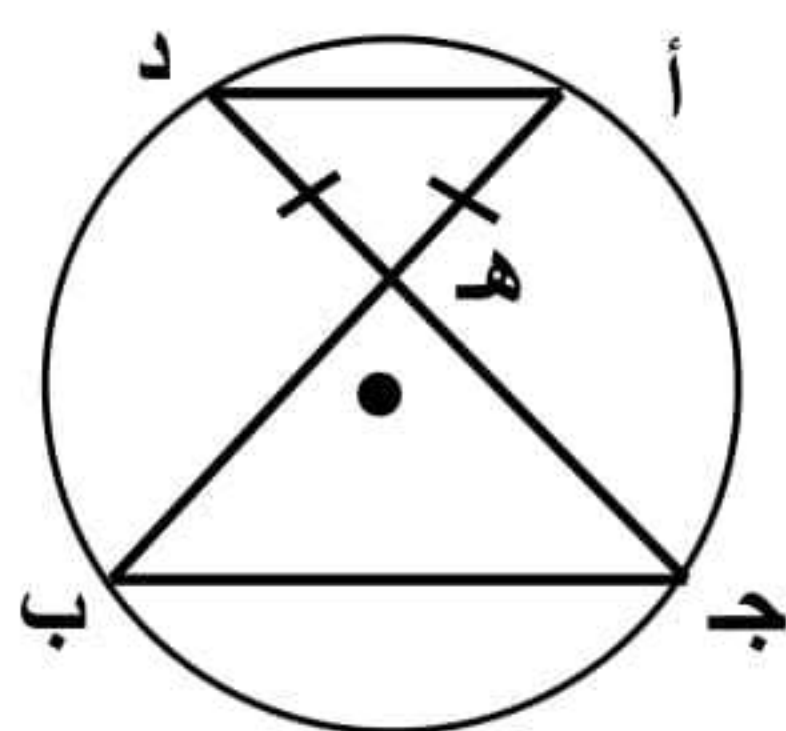
## السؤال الخامس (ب) في الشكل المقابل:



أ ب ، أ ج قطعان مماسان  
ق (ب أ م) = ٢٥°  
أوجد: (١) ق (ب م ج)  
(٢) ق (ب هـ ج)

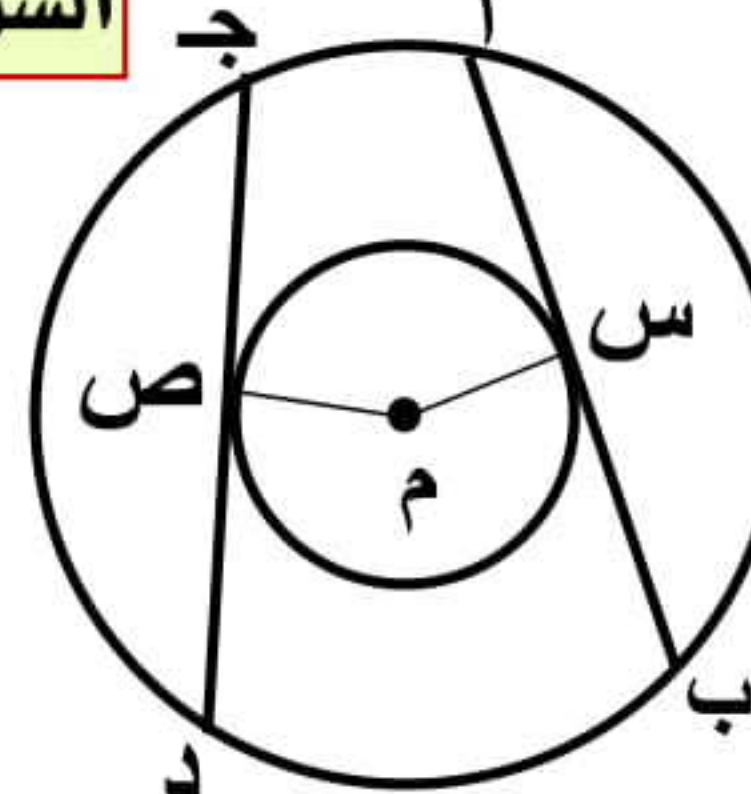
أوجد قياس القوس الذي يمثل  $\frac{1}{6}$  الدائرة .  
ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول  
نصف قطر الدائرة ٧ سم .

## السؤال الخامس (ب) في الشكل المقابل:



أ ب ∩ ج د = { هـ }  
هـ أ = هـ د  
اثبت أن: هـ ب = هـ ج

## (أ) في الشكل المقابل:



دائرتان متحدتا المركز م  
أ ب ، ج د مماسان للصغرى  
اثبت أن: أ ب = ج د